

ББК 65.9 (2Р) 24
С 744
УДК 338 (470)

Под редакцией профессора *В. А. Гуртова*

С 744 **Спрос и предложение на рынке труда и рынке образовательных услуг в регионах России:** Сб. докладов по материалам Пятой Всероссийской научно-практической Интернет-конференции (22–23 октября 2008 г.). Кн. I. – Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 2008. – 408 с.

ISBN 978-5-8021-0920-5

Рассматриваются проблемы рынка труда и рынка образовательных услуг в регионах России. Проводятся анализ рынка труда и прогнозирование развития системы образования и работы центров занятости населения в условиях рыночной экономики.

ББК 65.9 (2Р) 24
УДК 338 (470)

ISBN 978-5-8021-0920-5

© Петрозаводский государственный университет, оригинал-макет, 2008

**РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОТОКОВ 9- И 11-КЛАССНИКОВ
ПО ПРИЕМАМ В УЧРЕЖДЕНИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО
ОБРАЗОВАНИЯ С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕНИЙ
НА ИХ ЧИСЛЕННОСТЬ И НОВЫХ
СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ**

В. А. Гуртов, Е. А. Питухин, Л. М. Серова

Петрозаводский государственный университет

vgurt@psu.karelia.ru, eugene@psu.karelia.ru, larisa@psu.karelia.ru

Разработка математической модели с динамическими коэффициентами для прогнозирования распределения выпускников 9-х и 11-х классов общеобразовательных школ региона текущего года и предыдущих лет выпуска по приемам в образовательные учреждения ВПО, СПО и НПО региона с учетом межрегиональной мобильности ограничений на численность не поступивших выпускников школ трех прошедших лет основывается на базовой модели распределения выпускников [1, 2].

**Учет дополнительных факторов в модели на основе
анализа социально-экономической ситуации**

Анализ социальной сферы и системы образования позволил выделить следующие недоучтенные факторы в модели выпускников школ и других учебных заведений по приемам в ОУ ПО:

- 1) в приемах НПО есть студенты, не имеющие 9 классов образования (внутренний фактор);
- 2) дополнительное второе профессиональное образование в приемах ВПО, СПО (внутренние факторы);
- 3) межрегиональные потоки в приемах ВПО, СПО, НПО (внешние факторы);
- 4) переход системы высшего профессионального образования на европейскую систему подготовки кадров: магистр, специалист, бакалавр со сроками обучения в 6 лет, 5 лет, 4 года (внутренние факторы).

На рис. 1 приведена структурная схема распределения потоков выпускников с учетом дополнительных внутренних факторов. Новые потоки, определяющие получение второго высшего и среднего профессионального образования, межрегиональную миграцию, обозначены пунктиром (квадраты, обозначающие уровни образования рассмат-

риваемого и других субъектов Федерации, и стрелки, обозначающие распределение потоков).

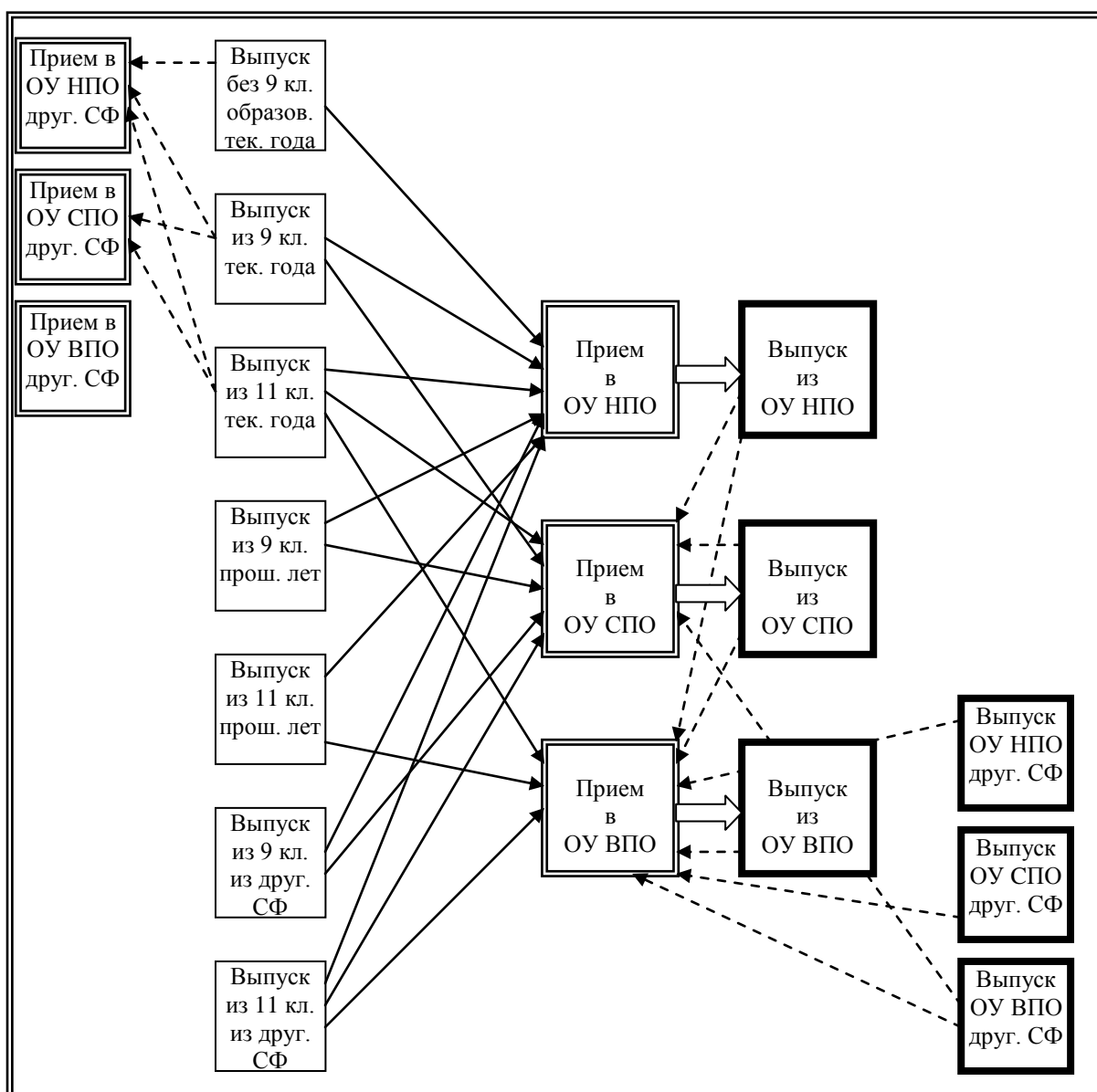


Рис. 1. Структурная схема распределения учащейся молодежи по уровням профессионального образования с учетом новых внутренних факторов

Распределение потоков студентов в блоке системы высшего профессионального образования представлено на отдельной схеме, где учитывается выпуск потоков трех уровней квалификации: бакалавров, специалистов и магистров (рис. 2).

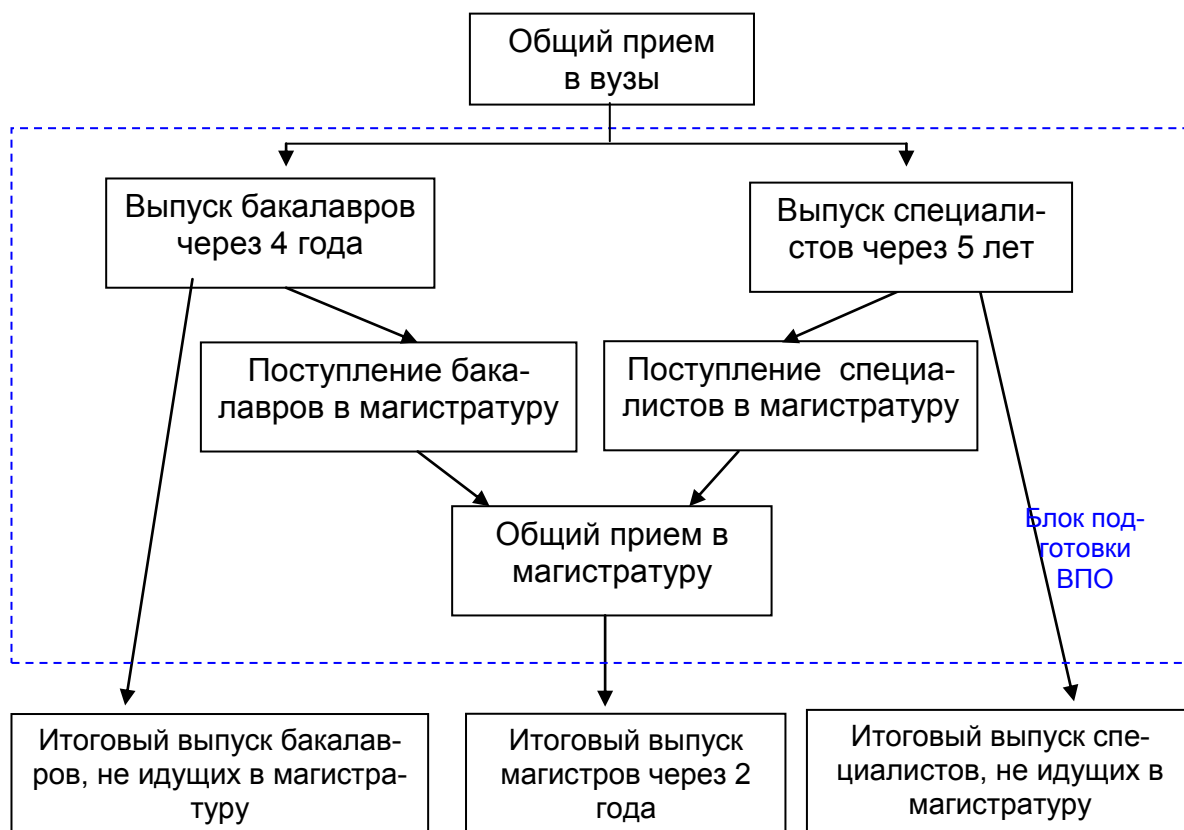


Рис. 2. Схема перераспределения потоков для блока ВПО

Далее в соответствии с приведенными структурными схемами приводится новая математическая модель, обеспечивающая адекватный учет динамики перераспределения потоков студентов за счет использования нестационарных коэффициентов, а также учитывающая дополнительные внутренние и внешние факторы за счет введения в модель новых параметров.

**Модель распределения потоков выпускников
с нестационарными коэффициентами и учетом дополнительных
внутренних и внешних миграционных факторов
в виде системы разностных уравнений**

Базовая математическая модель [3] представляет собой систему линейных разностных уравнений с дискретизацией по времени моментов измерения – по годам.

Запись модернизированной модели распределения выпускников по приемам с учетом нестационарных коэффициентов и дополнительных внутренних и внешних факторов в виде системы конечно-разностных уравнений следующая:

$$\left\{ \begin{aligned}
P_{N_{m,k}}(i) &= U_{9_m}(i-1)K_{9r_{-N_{m,k}}}(i) + U_{11_m}(i-1)K_{11r_{-N_{m,k}}}(i) + \\
&U_{9_m}(i)(K_{9_{-N_{m,k}}}(i) + K_{n9_{-N_{m,k}}}(i)) + U_{11_m}(i)K_{11_{-N_{m,k}}}(i) + \\
&\sum_{j=1}^{J-1} \left[K_{9_{-N_{j_{-m,k}}}}(i)V_{N_j}(i) + K_{11_{-N_{j_{-m,k}}}}(i)V_{11_j}(i) \right]; \\
P_{C_{m,k}}(i) &= U_{9_m}(i)K_{9_{-C_{m,k}}}(i) + U_{11_m}(i)K_{11_{-C_{m,k}}}(i) + U_{9_m}(i-1)K_{9r_{-C_{m,k}}}(i) + \\
&U_{11_m}(i-1)K_{11r_{-C_{m,k}}}(i) + P_{N_{m,k}}(i-2)K_{NOU_{m,k}}(i)K_{N_{-C_{m,k}}}(i) + \\
&P_{N_{m,k}}(i-3)K_{NOU_{m,k}}(i)K_{Nr_{-C_{m,k}}}(i) + P_{C_{m,k}}(i-4)K_{COU_{m,k}}(i)K_{C_{-C_{m,k}}}(i) \\
&+ P_{C_{m,k}}(i-5)K_{COU_{m,k}}(i)K_{Cr_{-C_{m,k}}}(i) + \sum_{j=1}^{J-1} \left[K_{9_{-S_{j_{-m,k}}}}(i)V_{9_j}(i) + \right. \\
&\left. K_{11_{-S_{j_{-m,k}}}}(i)V_{11_j}(i) + K_{N_{-S_{j_{-m,k}}}}(i)V_{N_{j,k}}(i) \right]; \\
P_{V_{m,k}}(i) &= P_{N_{m,k}}(i-2)K_{NOU_{m,k}}(i)K_{N_{-V_{m,k}}}(i) + P_{C_{m,k}}(i-4)K_{COU_{m,k}}(i)K_{C_{-V_{m,k}}}(i) + \\
&P_{N_{m,k}}(i-3)K_{NOU_{m,k}}K_{Nr_{-V_{m,k}}} + P_{C_{m,k}}(i-5)K_{COU_{m,k}}K_{Cr_{-V_{m,k}}} + U_{11_m}(i)K_{11_{-V_{m,k}}}(i) + \\
&U_{11_m}(i-1)K_{11r_{-V_{m,k}}}(i) + P_{V_{m,k}}(i-5)K_{VOU_{m,k}}(i)K_{V_{-V_{m,k}}}(i) + \\
&P_{V_{m,k}}(i-6)K_{VOU_{m,k}}(i)K_{Vr_{-V_{m,k}}}(i) + \sum_{j=1}^{J-1} \left[K_{11_{-V_{j_{-m,k}}}}(i)V_{V_j}(i) + \right. \\
&\left. + K_{N_{-V_{j_{-m,k}}}}(i)V_{N_{j,k}}(i) + K_{C_{-V_{j_{-m,k}}}}(i)V_{C_{j,k}}(i) + K_{V_{-V_{j_{-m,k}}}}(i)V_{V_{j,k}}(i) \right].
\end{aligned} \right. \quad (1)$$

В модели (1) заменен 21 стационарный коэффициент на 21 нестационарный: восемнадцать коэффициентов $K_{X_{-}Y_{k,m}}$, обозначающих долю лиц потока X, вливающих в поток Y, три коэффициента $K_{XOU_{k,m}}$, обозначающих передаточную функцию отсева студентов потока X. Добавлены слагаемые, содержащие дополнительные внутренние факторы модели:

1. В приеме НПО $P_{N_{m,k}}(i)$:

$U_{9_m}(i)K_{n9_{-N_{k,m}}}(i)$ – выпускники, не имеющие 9 классов образования или общего среднего образования, в приеме НПО.

2. В приеме СПО $P_{C_{m,k}}(i)$:

$$P_{C_{m,k}}(i-5)K_{COU_{m,k}}(i)K_{Cr_{-C_{m,k}}}(i) + P_{C_{m,k}}(i-4)K_{COU_{m,k}}(i)K_{C_{-C_{m,k}}}(i)$$

– выпускники СПО прошлых лет, получающие повторное СПО.

3. В приеме ВПО $P_{V_{m,k}}(i)$:

$$P_{V_{m,k}}(i-5)K_{VOU_{m,k}}(i)K_{V_{-V_{m,k}}}(i) + P_{V_{m,k}}(i-6)K_{VOU_{m,k}}(i)K_{Vr_{-V_{m,k}}}(i),$$

– выпускники ВПО текущего года и прошлых лет, получающие повторное ВПО.

4. Для каждого из трех уравнений приемов последним слагаемым в виде сумм по $j = 1..J$ другим регионам РФ добавлены члены, учитывающие выпускников школ и выпускников ОУ ПО из этих j -х регионов, принятых на соответствующий уровень ПО в m -й регион. Например, для системы ВПО такой дополнительный член учитывает 11-классников, выпускников НПО, СПО и ВПО, поступивших учиться в вузы данного m -го региона из всех других регионов:

$$\sum_{j=1}^{J-1} \left[K_{11-V_{j-n,k}}(i)V_{11j}(i) + K_{N-V_{j-n,k}}(i)V_{Nj,k}(i) + K_{C-V_{j-n,k}}(i)V_{Cj,k}(i) + K_{V-V_{j-n,k}}(i)V_{Vj,k}(i) \right], \quad \text{где}$$

$K_{X-V_{j-m,k}}$ – коэффициенты, определяющие доли лиц потока X , влияющих в поток ВПО m -го СФ из каждого другого j -го СФ ($j \neq m$).

В зависимости выходных потоков (выпусков) ОУ от входных потоков (приемов) также вводятся нестационарные коэффициенты передаточных функций. Так, для системы НПО и СПО выпуски определяются следующим образом:

$$V_{N_{m,k}}(i) = K_{NOU_{m,k}}(i)P_{N_{m,k}}(i-2), \quad (2)$$

$$V_{C_{m,k}}(i) = K_{COU_{m,k}}(i)P_{C_{m,k}}(i-4), \quad (3)$$

где $K_{NOU_{m,k}}, K_{COU_{m,k}}$ – нестационарные коэффициенты передаточной функции (коэффициенты отсева) для НПО и СПО.

Для системы ВПО помимо ввода нестационарных коэффициентов предусматривается деление выпускников на 3 потока: бакалавры, специалисты и магистры, согласно вышеприведенной схеме.

Общие выпуски бакалавров и специалистов с временной задержкой относительно приемов в 4 года и 5 лет записываются как:

$$V_{B_{m,k}}(i) = K_{BOU_{m,k}}(i)P_{V_{m,k}}(i-4), \quad (4)$$

$$V_{S_{m,k}}(i) = K_{SOU_{m,k}}(i)P_{V_{m,k}}(i-5), \quad (5)$$

где $K_{BOU_{m,k}}, K_{SOU_{m,k}}$ – коэффициенты отсева бакалавров и специалистов.

Выпуск магистров определяется выпусками бакалавров и специалистов, поступивших в магистратуру 2 года назад, с учетом (3.7) и (3.8).

$$V_{M_{m,k}}(i) = K_{MOU_{m,k}}(i) \left[K_{B_{M_{m,k}}}(i) V_{B_{m,k}}(i-2) + K_{S_{M_{m,k}}}(i) V_{S_{m,k}}(i-2) \right], \quad (6)$$

где $K_{B_{M_{m,k}}}(i), K_{S_{M_{m,k}}}(i)$ – коэффициенты, характеризующие доли выпускников бакалавров и специалистов, которые поступили в магистратуру 2 года назад; $K_{MOU_{m,k}}$ – коэффициент отсева магистров.

Уравнения (1)–(6) представляют собой систему 8 линейных разностных уравнений с нестационарными коэффициентами, необходимую для прогнозирования потоков приемов и выпусков системы профессионального образования с учетом дополнительных внешних и внутренних факторов.

Базовая математическая модель представляла собой систему линейных конечно-разностных 6 уравнений (по 2 уравнения о приемах и выпусках для 3 уровней профессионального образования) с постоянным 21 коэффициентом для каждого из 81 субъекта Федерации. Модель была уточнена за счет введения нестационарных коэффициентов ($21+13+7=41$), добавления в уравнения 8 слагаемых, содержащих дополнительные внутренние факторы для приемов НПО, СПО ВПО, а также 2 уравнений для выпусков бакалавров и магистров системой ВПО для каждого из 81 субъекта Федерации по 28 укрупненным группам специальностей.

Модель распределения потоков выпускников с нестационарными коэффициентами и учетом дополнительных внутренних и внешних миграционных факторов с ограничением на численность не поступивших выпускников школ трех прошедших лет

В модели (1)–(6) первая система уравнений (1) отвечает за перераспределение потоков выпускников по приемам в образовательные учреждения системы профессионального образования (ПО) и отвечает за устойчивость системы, а уравнения (2)–(6) являются уравнениями выхода и описывают уже процесс обучения студентов в системе ПО.

Рассмотрим подробнее слагаемые уравнений системы (1), в которых формируются потоки приемов в учреждения высшего, среднего и начального профессионального образования на предмет введения ог-

раничений на полное использование потоков выпускников 11-х классов школ прошлых лет.

Доля выпуска из 11-го класса текущего i -го года в ОУ ВПО по всем $k = \overline{1..28}$ укрупненным группам специальностей (УГС) описывается произведением:

$$U_{11_m}(i) \sum_k K_{11_V_m,k}(i) = U_{11_m}(i) K_{11_V_m}(i). \quad (7)$$

Доля выпуска из 11-го класса текущего i -го года в ОУ СПО по всем $k = \overline{1..28}$ УГС описывается произведением:

$$U_{11_m}(i) \sum_k K_{11_C_m,k}(i) = U_{11_m}(i) K_{11_C_m}(i). \quad (8)$$

Доля выпуска из 11-го класса текущего i -го года в ОУ НПО по всем $k = \overline{1..28}$ УГС описывается произведением:

$$U_{11_m}(i) \sum_k K_{11_N_m,k}(i) = U_{11_m}(i) K_{11_N_m}(i). \quad (9)$$

При этом вводится допущение в виде ограничения:

$$K_{11_V_m}(i) + K_{11_C_m}(i) + K_{11_N_m}(i) < 1, \quad (10)$$

которое предусматривает, что не весь еще выпуск $U_{11_m}(i)$ региона m из 11-го класса года i исчерпан и что существует некоторый запас, который будет пытаться поступать на следующие годы в ОУ ВПО, СПО и НПО.

Также вводится допущение, что в последующие три года после i -го года ($i+1, i+2, i+3$) выпускники 11-го класса $U_{11_m}(i)$ будут штурмовать те же k -е специальности.

Из выражений (7)–(9) и условия (10) следует, что от выпуска 11-го класса текущего i -го года останется на будущие три года поступлений всего потенциальных абитуриентов:

$$U_{11_m}(i) \left[1 - K_{11_V_m}(i) + K_{11_C_m}(i) + K_{11_N_m}(i) \right]. \quad (11)$$

Каждый год при поступлении в ОУ ВПО, СПО и НПО участвуют не только выпускники текущего года, но и выпускники предыдущих лет. Они учитываются в базовой модели (1) в виде слагаемых:

$$\begin{aligned} & U_{11_m}(i-1) K_{11r_V_m,k}(i), \\ & U_{11_m}(i-1) K_{11r_C_m,k}(i), \\ & U_{11_m}(i-1) K_{11r_N_m,k}(i), \end{aligned} \quad (12)$$

в приемах соответственно ОУ ВПО, СПО и НПО по k -й УГС.

На основе (12) задавалось допущение, что все выпускники прошлых лет представлялись только выпускниками прошлого года.

При этом коэффициенты выпускников 11-х классов прошлых лет $K_{11r_V_{m,k}}(i)$, $K_{11r_C_{m,k}}(i)$ и $K_{11r_N_{m,k}}(i)$ определялись самостоятельно на основе статистических данных и не были связаны функционально с коэффициентами выпускников 11-х классов текущего года $K_{11_V_m}(i)$, $K_{11_C_m}(i)$ и $K_{11_N_m}(i)$, что, при определенном сочетании исходных данных, приводило к выходу за пределы ограничений по численности выпуска 11-х классов.

С целью устранения имеющихся недостатков, для увеличения структурной и функциональной адекватности модели предлагается связать слагаемые, учитывающие в приемах в ОУ ПО выпускников 11-х классов прошлых лет с общей численностью их выпуска.

Для этого остаток от выпуска 11-го класса текущего года (11) распределим по уровням образования, в силу существования трех направлений поступления выпускников 11-х классов школ прошлых лет – ОУ ВПО, СПО и НПО.

Пусть коэффициенты $K_{11r_V_m}$, $K_{11r_C_m}$ и $K_{11r_N_m}$ – задают доли поступления по приемам соответственно ОУ ВПО, СПО и НПО от общей численности *не поступивших* выпускников 11-х классов прошлых лет:

$$K_{11r_V_m}(i) = \frac{U_{11r_V_m}(i)}{U_{11r_m}(i)}, \quad K_{11r_C_m}(i) = \frac{U_{11r_C_m}(i)}{U_{11r_m}(i)}, \quad K_{11r_N_m}(i) = \frac{U_{11r_N_m}(i)}{U_{11r_m}(i)}, \quad (13)$$

где $U_{11r_V_m}(i)$ – численность 11-классников прошлых лет, поступивших в i -м году в учреждение ОУ ВПО;

$U_{11r_C_m}(i)$ – численность 11-классников прошлых лет, поступивших в i -м году в учреждение ОУ СПО;

$U_{11r_N_m}(i)$ – численность 11-классников прошлых лет, поступивших в i -м году в учреждение ОУ НПО;

$U_{11r_m}(i)$ – суммарная численность 11-классников прошлых лет, поступивших в i -м году в учреждение ПО любого уровня:

$$U_{11r_m}(i) = U_{11r_V_m}(i) + U_{11r_C_m}(i) + U_{11r_N_m}(i). \quad (14)$$

Из выражений (13) и (14) следует, что

$$K_{11r_V_m}(i) + K_{11r_C_m}(i) + K_{11r_N_m}(i) = 1. \quad (15)$$

Таким образом, коэффициенты (13) с учетом свойства (15) задают процентную структуру перераспределения не поступившего в свой i -й год остатка выпускников 11-х классов (11) по уровням образования.

Теперь, зная вклад остатка выпускников 11-х классов (11) по уровням образования в виде выражений

$$K_{11r_v_m} U_{11_m}(i) \left[1 - K_{11_v_m}(i) + K_{11_c_m}(i) + K_{11_n_m}(i) \right], \quad (16)$$

$$K_{11r_c_m} U_{11_m}(i) \left[1 - K_{11_v_m}(i) + K_{11_c_m}(i) + K_{11_n_m}(i) \right], \quad (17)$$

$$K_{11r_n_m} U_{11_m}(i) \left[1 - K_{11_v_m}(i) + K_{11_c_m}(i) + K_{11_n_m}(i) \right], \quad (18)$$

распределим эти остатки по трем последующим годам для повышения адекватности моделирования.

Так, по новому допущению модели остаток от выпускников i -го года должен быть учтен в приемах $i+1, i+2, i+3$ годов, причем остаток должен быть полностью выбран за этот интервал, чтобы он не перешел на год $i+4$. Кроме того, предполагается, что вклад в прием каждого последующего года становится все менее весомым.

Данные условия можно учесть с помощью коэффициентов экспоненциального сглаживания [4], у которых есть свойство зависеть от одного параметра, а в сумме равняться единице. Рассмотрим такую таблицу по годам (табл.)

Таблица

Распределение коэффициентов экспоненциального сглаживания

Год	Значение коэффициента
$i+1$	β
$i+2$	$\beta(1-\beta)$
$i+3$	$(1-\beta)^2$

Из табл. следует, что в сумме коэффициенты второго столбца дают единицу:

$$\beta + \beta(1-\beta) + (1-\beta)^2 = 1. \quad (19)$$

При этом наблюдается следующее свойство, что если $\beta > \frac{1}{2}$, то

$$\beta > \beta(1-\beta) > (1-\beta)^2. \quad (20)$$

Свойство (20) учитывает убывание вклада выпуска 11-классников года i по приемам $i+1, i+2, i+3$ годов, а свойство (19) – полноту вклада. Единственный коэффициент β также удовлетворяет условию снижения числа оцениваемых параметров.

Выражение (16) для ОУ ВПО с учетом (19) можно переписать в виде:

$$\begin{aligned}
 & K_{11r_V_m}(i)U_{11_m}(i)\left[1 - K_{11_V_m}(i) + K_{11_C_m}(i) + K_{11_N_m}(i)\right] = \\
 & + \beta_V K_{11r_V_m}(i)U_{11_m}(i)\left[1 - K_{11_V_m}(i) + K_{11_C_m}(i) + K_{11_N_m}(i)\right] + \quad (21) \\
 & + \beta_V(1 - \beta_V)K_{11r_V_m}(i)U_{11_m}(i)\left[1 - K_{11_V_m}(i) + K_{11_C_m}(i) + K_{11_N_m}(i)\right] + \\
 & + (1 - \beta_V)^2 K_{11r_V_m}(i)U_{11_m}(i)\left[1 - K_{11_V_m}(i) + K_{11_C_m}(i) + K_{11_N_m}(i)\right].
 \end{aligned}$$

Каждое из трех слагаемых правой части (21) в системе уравнений (1) должно быть представлено в своем временном интервале и соответствовать годам $i+1, i+2, i+3$.

Так, с учетом (21) и выражения (7) можно записать вклад от выпускников 11-х классов текущего и прошлых лет в прием текущего года ОУ ВПО для k -й УГС в виде:

$$\begin{aligned}
 & U_{11_V_{m,k}}(i) = U_{11_m}(i)K_{11_V_{m,k}}(i) + \\
 & + \beta_V K_{11r_V_{m,k}}(i-1)U_{11_m}(i-1)\left[1 - K_{11_V_m}(i-1) + K_{11_C_m}(i-1) + K_{11_N_m}(i-1)\right] + \quad (22) \\
 & + \\
 & + \beta_V(1 - \beta_V)K_{11r_V_{m,k}}(i-2)U_{11_m}(i-2)\left[1 - K_{11_V_m}(i-2) + K_{11_C_m}(i-2) + K_{11_N_m}(i-2)\right] + \\
 & + \\
 & + (1 - \beta_V)^2 K_{11r_V_{m,k}}(i-3)U_{11_m}(i-3)\left[1 - K_{11_V_m}(i-3) + K_{11_C_m}(i-3) + K_{11_N_m}(i-3)\right].
 \end{aligned}$$

Для учета вклада от выпускников 11-х классов текущего и прошлых лет в прием текущего года ОУ СПО для k -й УГС справедливо выражение:

$$\begin{aligned}
 & U_{11_C_{m,k}}(i) = U_{11_m}(i)K_{11_C_m}(i) + \\
 & + \beta_C K_{11r_C_{m,k}}(i-1)U_{11_m}(i-1)\left[1 - K_{11_V_m}(i-1) + K_{11_C_m}(i-1) + K_{11_N_m}(i-1)\right] + \quad (23) \\
 & + \\
 & + \beta_C(1 - \beta_C)K_{11r_C_{m,k}}(i-2)U_{11_m}(i-2)\left[1 - K_{11_V_m}(i-2) + K_{11_C_m}(i-2) + K_{11_N_m}(i-2)\right] + \\
 & + \\
 & + (1 - \beta_C)^2 K_{11r_C_{m,k}}(i-3)U_{11_m}(i-3)\left[1 - K_{11_V_m}(i-3) + K_{11_C_m}(i-3) + K_{11_N_m}(i-3)\right].
 \end{aligned}$$

Вклад от выпускников 11-х классов текущего и прошлых лет в прием текущего года ОУ НПО для k -й УГС определяется выражением:

$$U_{11_N_{m,k}}(i) = U_{11_m}(i)K_{11_N_{m,k}}(i) +$$

$$\begin{aligned}
& + \beta_N K_{11r_{-N_m,k}}(i-1)U_{11_m}(i-1) \left[1 - K_{11_{-V_m}}(i-1) + K_{11_{-C_m}}(i-1) + K_{11_{-N_m}}(i-1) \right] + \\
& \hspace{15em} (24) \\
& + \\
& \beta_N(1-\beta_N)K_{11r_{-N_m,k}}(i-2)U_{11_m}(i-2) \left[1 - K_{11_{-V_m}}(i-2) + K_{11_{-C_m}}(i-2) + K_{11_{-N_m}}(i-2) \right] \\
& + \\
& (1-\beta_N)^2 K_{11r_{-N_m,k}}(i-3)U_{11_m}(i-3) \left[1 - K_{11_{-V_m}}(i-3) + K_{11_{-C_m}}(i-3) + K_{11_{-N_m}}(i-3) \right].
\end{aligned}$$

Аналогично выражениям (22)–(24) записываются выражения для определения вклада 9-классников в приемы ОУ НПО и ОУ СПО, а также в 10-й класс:

$$\begin{aligned}
& U_{9_{-10_m}}(i) = U_{9_m}(i)K_{9_{-10_m}}(i) + \\
& + \gamma_{10}K_{9r_{-10_m}}(i-1)U_{9_m}(i-1) \left[1 - K_{9_{-10_m}}(i-1) + K_{9_{-C_m}}(i-1) + K_{9_{-N_m}}(i-1) \right] + \quad (25) \\
& + \\
& \gamma_{10}(1-\gamma_{10})K_{9r_{-10_m}}(i-2)U_{9_m}(i-2) \left[1 - K_{9_{-10_m}}(i-2) + K_{9_{-C_m}}(i-2) + K_{9_{-N_m}}(i-2) \right] + \\
& + \\
& (1-\gamma_{10})^2 K_{9r_{-10_m}}(i-3)U_{9_m}(i-3) \left[1 - K_{9_{-10_m}}(i-3) + K_{9_{-C_m}}(i-3) + K_{9_{-N_m}}(i-3) \right].
\end{aligned}$$

При этом выпускники 11-го класса определяются через число 10-классников:

$$U_{11_m}(i) = U_{9_{-10_m}}(i-2)K_{10_{-11_m}}(i), \quad (26)$$

где $K_{10_{-11_m}}(i)$ – коэффициент отсева 10-классников, который есть отношение выпускников 11-го класса текущего года i к числу принятых 10-тиклассников 2-го года ранее $i-2$;

$U_{9_{-10_m}}(i)$ – число 10-классников, которые, по принятому допущению, могут поступить только из 9-го класса школы.

Для учета вклада выпуска из 9-го класса в прием ОУ СПО для k -й УГС записывается выражение:

$$\begin{aligned}
& U_{9_{-C_m,k}}(i) = U_{9_m}(i)K_{9_{-C_m,k}}(i) + \\
& + \gamma_C K_{9r_{-C_m,k}}(i-1)U_{9_m}(i-1) \left[1 - K_{9_{-10_m}}(i-1) + K_{9_{-C_m}}(i-1) + K_{9_{-N_m}}(i-1) \right] + \quad (27) \\
& + \\
& \gamma_C(1-\gamma_C)K_{9r_{-C_m,k}}(i-2)U_{9_m}(i-2) \left[1 - K_{9_{-10_m}}(i-2) + K_{9_{-C_m}}(i-2) + K_{9_{-N_m}}(i-2) \right] \\
& +
\end{aligned}$$

$$(1 - \gamma_C)^2 K_{9r-C_{m,k}}(i-3)U_{9_m}(i-3) \left[1 - K_{9-10_m}(i-3) + K_{9-C_m}(i-3) + K_{9-N_m}(i-3) \right].$$

Долю выпуска из 9-го класса в приеме ОУ НПО для k -й УГС учитывает выражение:

$$\begin{aligned} & U_{9-N_{m,k}}(i) = U_{9_m}(i)K_{9-N_{m,k}}(i) + \\ & + \gamma_N K_{9r-N_{m,k}}(i-1)U_{9_m}(i-1) \left[1 - K_{9-10_m}(i-1) + K_{9-C_m}(i-1) + K_{9-N_m}(i-1) \right] + \quad (28) \\ & + \\ & \gamma_N(1 - \gamma_N)K_{9r-N_{m,k}}(i-2)U_{9_m}(i-2) \left[1 - K_{9-10_m}(i-2) + K_{9-C_m}(i-2) + K_{9-N_m}(i-2) \right] \\ & + \\ & (1 - \gamma_N)^2 K_{9r-N_{m,k}}(i-3)U_{9_m}(i-3) \left[1 - K_{9-10_m}(i-3) + K_{9-C_m}(i-3) + K_{9-N_m}(i-3) \right]. \end{aligned}$$

В итоге с учетом выражений (22)–(28) модель распределения выпускников 9-х и 11-х классов школ для k -й УГС и трех уровней образования ОУ ВПО, СПО и НПО будет записана в виде:

$$\begin{aligned} P_{N_{m,k}}(i) &= U_{9-N_{m,k}}(i) + U_{11-N_{m,k}}(i) + \\ & + \sum_{j=1}^J \left[K_{9-N_{j-m,k}} V_{N_j}(i) + K_{11-N_{j-m,k}} V_{11_j}(i) \right], \quad (29) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{C_{m,k}}(i) &= U_{9-C_{m,k}}(i) + U_{11-C_{m,k}}(i) + \\ & + P_{N_{m,k}}(i-2)K_{NOU_{m,k}}(i)K_{N-C_{m,k}}(i) + P_{N_{m,k}}(i-3)K_{NOU_{m,k}}(i)K_{Nr-C_{m,k}}(i) + \\ & + P_{C_{m,k}}(i-5)K_{COU_{m,k}}(i)K_{VCr-C_{m,k}}(i) + P_{C_{m,k}}(i-6)K_{VOU_{m,k}}(i)K_{VCr-C_{m,k}}(i) + \quad (30) \\ & + \sum_{j=1}^J \left[K_{9-C_{j-m,k}} V_{9_j}(i) + K_{11-C_{j-m,k}} V_{11_j}(i) + K_{N-C_{j-m,k}} V_{N_{j,k}}(i) \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{V_m}(i) &= U_{11-V_{m,k}}(i) + P_{N_{m,k}}(i-2)K_{NOU_{m,k}}(i)K_{N-V_{m,k}}(i) + \\ & + P_{C_{m,k}}(i-4)K_{COU_{m,k}}(i)K_{C-V_{m,k}}(i) + \\ & + P_{N_{m,k}}(i-3)K_{NOU_{m,k}}(i)K_{Nr-V_{m,k}}(i) + P_{C_{m,k}}(i-5)K_{COU_{m,k}}(i)K_{Cr-V_{m,k}}(i) + \quad (31) \\ & + P_{V_{m,k}}(i-5)K_{VOU_{m,k}}(i)K_{V-V_{m,k}}(i) + P_{V_{m,k}}(i-6)K_{VOU_{m,k}}(i)K_{Vr-V_{m,k}}(i) + \\ & + \sum_{j=1}^J \left[K_{11-V_{j-m,k}} V_{11_j}(i) + K_{N-V_{j-m,k}} V_{N_j}(i) + K_{C-V_{j-m,k}} V_{C_{j,k}}(i) + K_{V-V_{j-m,k}} V_{V_{j,k}}(i) \right]. \end{aligned}$$

Таким образом, получена математическая модель (22)–(31), характеристики которой полностью соответствуют предъявляемым требованиям: описание процесса распределения потоков выпускников динамической моделью с нестационарными коэффициентами, с учетом до-

полнительных внутренних и внешних миграционных факторов, и с ограничением на численность не поступивших выпускников школ трех прошедших лет. Полученный результат повышает структурную и функциональную адекватность модели и позволит существенно увеличить точность численных расчетов.

Список литературы

1. Гуртов В. А., Питухин Е. А. Математическое моделирование динамических процессов в системе «экономика – рынок труда – профессиональное образование». СПб.: Изд-во СПбГУ, 2006. 346 с.
2. Рынок труда и рынок образовательных услуг в субъектах Российской Федерации / В. Н. Васильев, В. А. Гуртов, Е. А. Питухин, Л. М. Серова, С. В. Сигова, М. Н. Рудаков, М. В. Суоров М.: Техносфера, 2006. 680 с. (Серия: «Мир экономики»).
3. Гуртов В. А., Питухин Е. А., Серова Л. М. Моделирование потребностей экономики в кадрах с профессиональным образованием // Проблемы прогнозирования. 2007. № 6. С. 91–107.
4. Мур Джефффри, Уэдерфорд Р. Лари. Экономическое моделирование в Microsoft Excel: Пер. с англ. 6-е изд. М.: Изд. дом «Вильямс», 2004. 1024 с., ил.

ОПЫТ РАБОТЫ В РЕСПУБЛИКЕ КАРЕЛИЯ В ОРГАНИЗАЦИИ СОДЕЙСТВИЯ ЗАНЯТОСТИ ИНВАЛИДОВ

Г. А. Заводовский, Е. Е. Фролова

*Министерство труда и занятости Республики Карелия
depzan@onego.ru*

В мае 2005 г. на основе договора между Федеральной службой по труду и занятости Российской Федерации и Национальным агентством занятости Швеции на территории Республики Карелия стартовал проект «Профессиональная реабилитация и занятость людей с ограниченными возможностями в России».