

ББК 65.9 (2Р) 24  
С 744  
УДК 338 (470)

Под редакцией профессора *В. А. Гуртова*

**С 744**     **Спрос и предложение на рынке труда и рынке образовательных услуг в регионах России:** Сб. докладов по материалам Пятой Всероссийской научно-практической Интернет-конференции (22–23 октября 2008 г.). Кн. I. – Петрозаводск: Изд-во ПетрГУ, 2008. – 408 с.

ISBN 978-5-8021-0920-5

Рассматриваются проблемы рынка труда и рынка образовательных услуг в регионах России. Проводятся анализ рынка труда и прогнозирование развития системы образования и работы центров занятости населения в условиях рыночной экономики.

**ББК 65.9 (2Р) 24**  
**УДК 338 (470)**

ISBN 978-5-8021-0920-5

© Петрозаводский государственный университет, оригинал-макет, 2008

**РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ  
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОТОКОВ 9- И 11-КЛАССНИКОВ  
ПО ПРИЕМАМ В УЧРЕЖДЕНИЯ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО  
ОБРАЗОВАНИЯ С УЧЕТОМ ОГРАНИЧЕНИЙ  
НА ИХ ЧИСЛЕННОСТЬ И НОВЫХ  
СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ**

**В. А. Гуртов, Е. А. Питухин, Л. М. Серова**

*Петрозаводский государственный университет*

*vgurt@psu.karelia.ru, eugene@psu.karelia.ru, larisa@psu.karelia.ru*

Разработка математической модели с динамическими коэффициентами для прогнозирования распределения выпускников 9-х и 11-х классов общеобразовательных школ региона текущего года и предыдущих лет выпуска по приемам в образовательные учреждения ВПО, СПО и НПО региона с учетом межрегиональной мобильности ограничений на численность не поступивших выпускников школ трех прошедших лет основывается на базовой модели распределения выпускников [1, 2].

**Учет дополнительных факторов в модели на основе  
анализа социально-экономической ситуации**

Анализ социальной сферы и системы образования позволил выделить следующие недоучтенные факторы в модели выпускников школ и других учебных заведений по приемам в ОУ ПО:

- 1) в приемах НПО есть студенты, не имеющие 9 классов образования (внутренний фактор);
- 2) дополнительное второе профессиональное образование в приемах ВПО, СПО (внутренние факторы);
- 3) межрегиональные потоки в приемах ВПО, СПО, НПО (внешние факторы);
- 4) переход системы высшего профессионального образования на европейскую систему подготовки кадров: магистр, специалист, бакалавр со сроками обучения в 6 лет, 5 лет, 4 года (внутренние факторы).

На рис. 1 приведена структурная схема распределения потоков выпускников с учетом дополнительных внутренних факторов. Новые потоки, определяющие получение второго высшего и среднего профессионального образования, межрегиональную миграцию, обозначены пунктиром (квадраты, обозначающие уровни образования рассмат-



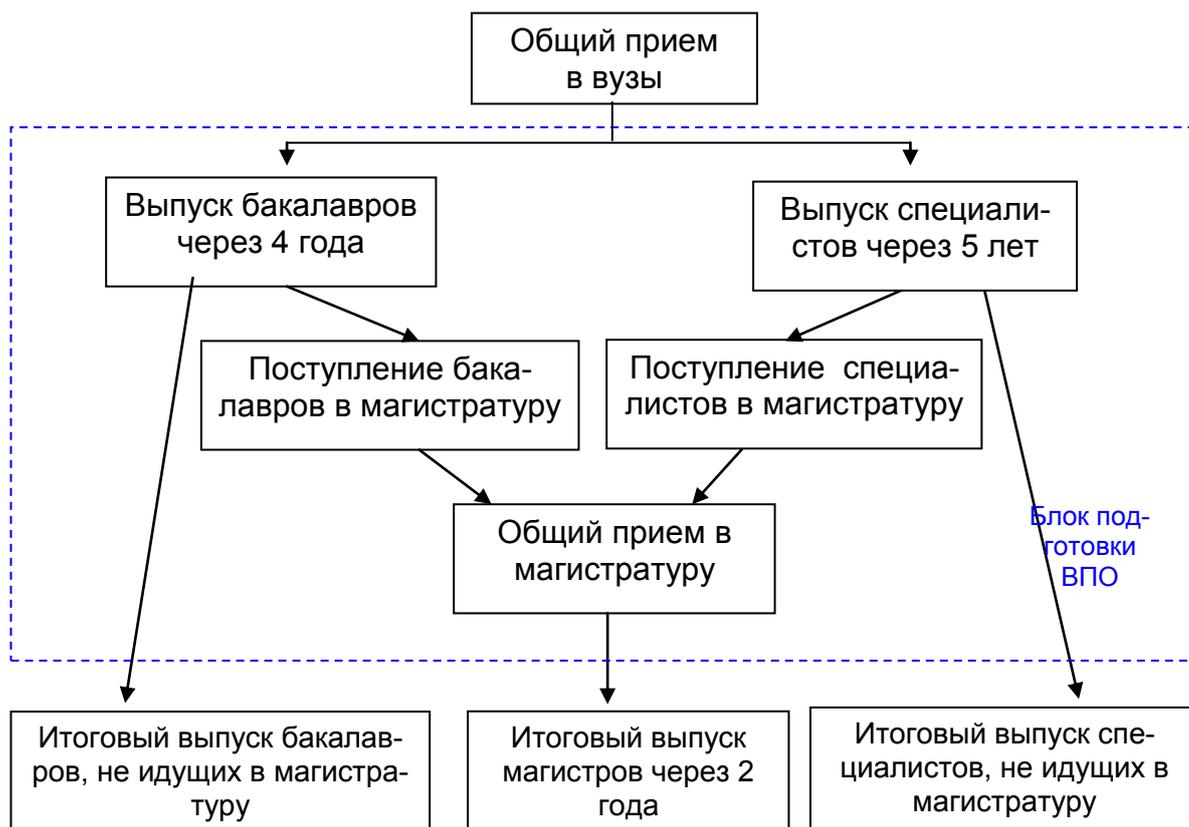


Рис. 2. Схема перераспределения потоков для блока ВПО

Далее в соответствии с приведенными структурными схемами приводится новая математическая модель, обеспечивающая адекватный учет динамики перераспределения потоков студентов за счет использования нестационарных коэффициентов, а также учитывающая дополнительные внутренние и внешние факторы за счет введения в модель новых параметров.

**Модель распределения потоков выпускников  
с нестационарными коэффициентами и учетом дополнительных  
внутренних и внешних миграционных факторов  
в виде системы разностных уравнений**

Базовая математическая модель [3] представляет собой систему линейных разностных уравнений с дискретизацией по времени моментов измерения – по годам.

Запись модернизированной модели распределения выпускников по приемам с учетом нестационарных коэффициентов и дополнительных внутренних и внешних факторов в виде системы конечно-разностных уравнений следующая:

$$\left\{ \begin{aligned}
P_{N_{m,k}}(i) &= U_{9_m}(i-1)K_{9r_{-N_{m,k}}}(i) + U_{11_m}(i-1)K_{11r_{-N_{m,k}}}(i) + \\
&U_{9_m}(i)(K_{9_{-N_{m,k}}}(i) + K_{n9_{-N_{m,k}}}(i)) + U_{11_m}(i)K_{11_{-N_{m,k}}}(i) + \\
&\sum_{j=1}^{J-1} \left[ K_{9_{-N_{j_{-m,k}}}}(i)V_{N_j}(i) + K_{11_{-N_{j_{-m,k}}}}(i)V_{11_j}(i) \right]; \\
P_{C_{m,k}}(i) &= U_{9_m}(i)K_{9_{-C_{m,k}}}(i) + U_{11_m}(i)K_{11_{-C_{m,k}}}(i) + U_{9_m}(i-1)K_{9r_{-C_{m,k}}}(i) + \\
&U_{11_m}(i-1)K_{11r_{-C_{m,k}}}(i) + P_{N_{m,k}}(i-2)K_{NOU_{m,k}}(i)K_{N_{-C_{m,k}}}(i) + \\
&P_{N_{m,k}}(i-3)K_{NOU_{m,k}}(i)K_{Nr_{-C_{m,k}}}(i) + P_{C_{m,k}}(i-4)K_{COU_{m,k}}(i)K_{C_{-C_{m,k}}}(i) \\
&+ P_{C_{m,k}}(i-5)K_{COU_{m,k}}(i)K_{Cr_{-C_{m,k}}}(i) + \sum_{j=1}^{J-1} \left[ K_{9_{-S_{j_{-m,k}}}}(i)V_{9_j}(i) + \right. \\
&\left. K_{11_{-S_{j_{-m,k}}}}(i)V_{11_j}(i) + K_{N_{-S_{j_{-m,k}}}}(i)V_{N_{j,k}}(i) \right]; \\
P_{V_{m,k}}(i) &= P_{N_{m,k}}(i-2)K_{NOU_{m,k}}(i)K_{N_{-V_{m,k}}}(i) + P_{C_{m,k}}(i-4)K_{COU_{m,k}}(i)K_{C_{-V_{m,k}}}(i) + \\
&P_{N_{m,k}}(i-3)K_{NOU_{m,k}}K_{Nr_{-V_{m,k}}} + P_{C_{m,k}}(i-5)K_{COU_{m,k}}K_{Cr_{-V_{m,k}}} + U_{11_m}(i)K_{11_{-V_{m,k}}}(i) + \\
&U_{11_m}(i-1)K_{11r_{-V_{m,k}}}(i) + P_{V_{m,k}}(i-5)K_{VOU_{m,k}}(i)K_{V_{-V_{m,k}}}(i) + \\
&P_{V_{m,k}}(i-6)K_{VOU_{m,k}}(i)K_{Vr_{-V_{m,k}}}(i) + \sum_{j=1}^{J-1} \left[ K_{11_{-V_{j_{-m,k}}}}(i)V_{V_j}(i) + \right. \\
&\left. + K_{N_{-V_{j_{-m,k}}}}(i)V_{N_{j,k}}(i) + K_{C_{-V_{j_{-m,k}}}}(i)V_{C_{j,k}}(i) + K_{V_{-V_{j_{-m,k}}}}(i)V_{V_{j,k}}(i) \right].
\end{aligned} \right. \quad (1)$$

В модели (1) заменен 21 стационарный коэффициент на 21 нестационарный: восемнадцать коэффициентов  $K_{X_{-}Y_{k,m}}$ , обозначающих долю лиц потока X, вливающих в поток Y, три коэффициента  $K_{XOU_{k,m}}$ , обозначающих передаточную функцию отсева студентов потока X. Добавлены слагаемые, содержащие дополнительные внутренние факторы модели:

1. В приеме НПО  $P_{N_{m,k}}(i)$ :

$U_{9_m}(i)K_{n9_{-N_{k,m}}}(i)$  – выпускники, не имеющие 9 классов образования или общего среднего образования, в приеме НПО.

2. В приеме СПО  $P_{C_{m,k}}(i)$ :

$$P_{C_{m,k}}(i-5)K_{COU_{m,k}}(i)K_{Cr_{-C_{m,k}}}(i) + P_{C_{m,k}}(i-4)K_{COU_{m,k}}(i)K_{C_{-C_{m,k}}}(i)$$

– выпускники СПО прошлых лет, получающие повторное СПО.

3. В приеме ВПО  $P_{V_{m,k}}(i)$ :

$$P_{V_{m,k}}(i-5)K_{VOU_{m,k}}(i)K_{V_{-V_{m,k}}}(i) + P_{V_{m,k}}(i-6)K_{VOU_{m,k}}(i)K_{Vr_{-V_{m,k}}}(i),$$

– выпускники ВПО текущего года и прошлых лет, получающие повторное ВПО.

4. Для каждого из трех уравнений приемов последним слагаемым в виде сумм по  $j = 1..J$  другим регионам РФ добавлены члены, учитывающие выпускников школ и выпускников ОУ ПО из этих  $j$ -х регионов, принятых на соответствующий уровень ПО в  $m$ -й регион. Например, для системы ВПО такой дополнительный член учитывает 11-классников, выпускников НПО, СПО и ВПО, поступивших учиться в вузы данного  $m$ -го региона из всех других регионов:

$$\sum_{j=1}^{J-1} \left[ K_{11-V_{j-n,k}}(i)V_{11j}(i) + K_{N-V_{j-n,k}}(i)V_{Nj,k}(i) + K_{C-V_{j-n,k}}(i)V_{Cj,k}(i) + K_{V-V_{j-n,k}}(i)V_{Vj,k}(i) \right], \quad \text{где}$$

$K_{X-V_{j-m,k}}$  – коэффициенты, определяющие доли лиц потока  $X$ , влияющих в поток ВПО  $m$ -го СФ из каждого другого  $j$ -го СФ ( $j \neq m$ ).

В зависимости выходных потоков (выпусков) ОУ от входных потоков (приемов) также вводятся нестационарные коэффициенты передаточных функций. Так, для системы НПО и СПО выпуски определяются следующим образом:

$$V_{N_{m,k}}(i) = K_{NOU_{m,k}}(i)P_{N_{m,k}}(i-2), \quad (2)$$

$$V_{C_{m,k}}(i) = K_{COU_{m,k}}(i)P_{C_{m,k}}(i-4), \quad (3)$$

где  $K_{NOU_{m,k}}, K_{COU_{m,k}}$  – нестационарные коэффициенты передаточной функции (коэффициенты отсева) для НПО и СПО.

Для системы ВПО помимо ввода нестационарных коэффициентов предусматривается деление выпускников на 3 потока: бакалавры, специалисты и магистры, согласно вышеприведенной схеме.

Общие выпуски бакалавров и специалистов с временной задержкой относительно приемов в 4 года и 5 лет записываются как:

$$V_{B_{m,k}}(i) = K_{BOU_{m,k}}(i)P_{V_{m,k}}(i-4), \quad (4)$$

$$V_{S_{m,k}}(i) = K_{SOU_{m,k}}(i)P_{V_{m,k}}(i-5), \quad (5)$$

где  $K_{BOU_{m,k}}, K_{SOU_{m,k}}$  – коэффициенты отсева бакалавров и специалистов.

Выпуск магистров определяется выпусками бакалавров и специалистов, поступивших в магистратуру 2 года назад, с учетом (3.7) и (3.8).

$$V_{M_{m,k}}(i) = K_{MOU_{m,k}}(i) \left[ K_{B_{M_{m,k}}}(i) V_{B_{m,k}}(i-2) + K_{S_{M_{m,k}}}(i) V_{S_{m,k}}(i-2) \right], \quad (6)$$

где  $K_{B_{M_{m,k}}}(i), K_{S_{M_{m,k}}}(i)$  – коэффициенты, характеризующие доли выпускников бакалавров и специалистов, которые поступили в магистратуру 2 года назад;  $K_{MOU_{m,k}}$  – коэффициент отсева магистров.

Уравнения (1)–(6) представляют собой систему 8 линейных разностных уравнений с нестационарными коэффициентами, необходимую для прогнозирования потоков приемов и выпусков системы профессионального образования с учетом дополнительных внешних и внутренних факторов.

Базовая математическая модель представляла собой систему линейных конечно-разностных 6 уравнений (по 2 уравнения о приемах и выпусках для 3 уровней профессионального образования) с постоянным 21 коэффициентом для каждого из 81 субъекта Федерации. Модель была уточнена за счет введения нестационарных коэффициентов ( $21+13+7=41$ ), добавления в уравнения 8 слагаемых, содержащих дополнительные внутренние факторы для приемов НПО, СПО ВПО, а также 2 уравнений для выпусков бакалавров и магистров системой ВПО для каждого из 81 субъекта Федерации по 28 укрупненным группам специальностей.

### **Модель распределения потоков выпускников с нестационарными коэффициентами и учетом дополнительных внутренних и внешних миграционных факторов с ограничением на численность не поступивших выпускников школ трех прошедших лет**

В модели (1)–(6) первая система уравнений (1) отвечает за перераспределение потоков выпускников по приемам в образовательные учреждения системы профессионального образования (ПО) и отвечает за устойчивость системы, а уравнения (2)–(6) являются уравнениями выхода и описывают уже процесс обучения студентов в системе ПО.

Рассмотрим подробнее слагаемые уравнений системы (1), в которых формируются потоки приемов в учреждения высшего, среднего и начального профессионального образования на предмет введения ог-

раничений на полное использование потоков выпускников 11-х классов школ прошлых лет.

Доля выпуска из 11-го класса текущего  $i$ -го года в ОУ ВПО по всем  $k = \overline{1..28}$  укрупненным группам специальностей (УГС) описывается произведением:

$$U_{11_m}(i) \sum_k K_{11\_V_{m,k}}(i) = U_{11_m}(i) K_{11\_V_m}(i). \quad (7)$$

Доля выпуска из 11-го класса текущего  $i$ -го года в ОУ СПО по всем  $k = \overline{1..28}$  УГС описывается произведением:

$$U_{11_m}(i) \sum_k K_{11\_C_{m,k}}(i) = U_{11_m}(i) K_{11\_C_m}(i). \quad (8)$$

Доля выпуска из 11-го класса текущего  $i$ -го года в ОУ НПО по всем  $k = \overline{1..28}$  УГС описывается произведением:

$$U_{11_m}(i) \sum_k K_{11\_N_{m,k}}(i) = U_{11_m}(i) K_{11\_N_m}(i). \quad (9)$$

При этом вводится допущение в виде ограничения:

$$K_{11\_V_m}(i) + K_{11\_C_m}(i) + K_{11\_N_m}(i) < 1, \quad (10)$$

которое предусматривает, что не весь еще выпуск  $U_{11_m}(i)$  региона  $m$  из 11-го класса года  $i$  исчерпан и что существует некоторый запас, который будет пытаться поступать на следующие годы в ОУ ВПО, СПО и НПО.

Также вводится допущение, что в последующие три года после  $i$ -го года ( $i+1, i+2, i+3$ ) выпускники 11-го класса  $U_{11_m}(i)$  будут штурмовать те же  $k$ -е специальности.

Из выражений (7)–(9) и условия (10) следует, что от выпуска 11-го класса текущего  $i$ -го года останется на будущие три года поступлений всего потенциальных абитуриентов:

$$U_{11_m}(i) \left[ 1 - K_{11\_V_m}(i) + K_{11\_C_m}(i) + K_{11\_N_m}(i) \right]. \quad (11)$$

Каждый год при поступлении в ОУ ВПО, СПО и НПО участвуют не только выпускники текущего года, но и выпускники предыдущих лет. Они учитываются в базовой модели (1) в виде слагаемых:

$$\begin{aligned} & U_{11_m}(i-1) K_{11r\_V_{m,k}}(i), \\ & U_{11_m}(i-1) K_{11r\_C_{m,k}}(i), \\ & U_{11_m}(i-1) K_{11r\_N_{m,k}}(i), \end{aligned} \quad (12)$$

в приемах соответственно ОУ ВПО, СПО и НПО по  $k$ -й УГС.

На основе (12) задавалось допущение, что все выпускники прошлых лет представлялись только выпускниками прошлого года.

При этом коэффициенты выпускников 11-х классов прошлых лет  $K_{11r\_V_{m,k}}(i)$ ,  $K_{11r\_C_{m,k}}(i)$  и  $K_{11r\_N_{m,k}}(i)$  определялись самостоятельно на основе статистических данных и не были связаны функционально с коэффициентами выпускников 11-х классов текущего года  $K_{11\_V_m}(i)$ ,  $K_{11\_C_m}(i)$  и  $K_{11\_N_m}(i)$ , что, при определенном сочетании исходных данных, приводило к выходу за пределы ограничений по численности выпуска 11-х классов.

С целью устранения имеющихся недостатков, для увеличения структурной и функциональной адекватности модели предлагается связать слагаемые, учитывающие в приемах в ОУ ПО выпускников 11-х классов прошлых лет с общей численностью их выпуска.

Для этого остаток от выпуска 11-го класса текущего года (11) распределим по уровням образования, в силу существования трех направлений поступления выпускников 11-х классов школ прошлых лет – ОУ ВПО, СПО и НПО.

Пусть коэффициенты  $K_{11r\_V_m}$ ,  $K_{11r\_C_m}$  и  $K_{11r\_N_m}$  – задают доли поступления по приемам соответственно ОУ ВПО, СПО и НПО от общей численности *не поступивших* выпускников 11-х классов прошлых лет:

$$K_{11r\_V_m}(i) = \frac{U_{11r\_V_m}(i)}{U_{11r_m}(i)}, \quad K_{11r\_C_m}(i) = \frac{U_{11r\_C_m}(i)}{U_{11r_m}(i)}, \quad K_{11r\_N_m}(i) = \frac{U_{11r\_N_m}(i)}{U_{11r_m}(i)}, \quad (13)$$

где  $U_{11r\_V_m}(i)$  – численность 11-классников прошлых лет, поступивших в  $i$ -м году в учреждение ОУ ВПО;

$U_{11r\_C_m}(i)$  – численность 11-классников прошлых лет, поступивших в  $i$ -м году в учреждение ОУ СПО;

$U_{11r\_N_m}(i)$  – численность 11-классников прошлых лет, поступивших в  $i$ -м году в учреждение ОУ НПО;

$U_{11r_m}(i)$  – суммарная численность 11-классников прошлых лет, поступивших в  $i$ -м году в учреждение ПО любого уровня:

$$U_{11r_m}(i) = U_{11r\_V_m}(i) + U_{11r\_C_m}(i) + U_{11r\_N_m}(i). \quad (14)$$

Из выражений (13) и (14) следует, что

$$K_{11r\_V_m}(i) + K_{11r\_C_m}(i) + K_{11r\_N_m}(i) = 1. \quad (15)$$

Таким образом, коэффициенты (13) с учетом свойства (15) задают процентную структуру перераспределения не поступившего в свой  $i$ -й год остатка выпускников 11-х классов (11) по уровням образования.

Теперь, зная вклад остатка выпускников 11-х классов (11) по уровням образования в виде выражений

$$K_{11r\_v_m} U_{11_m}(i) \left[ 1 - K_{11\_v_m}(i) + K_{11\_c_m}(i) + K_{11\_n_m}(i) \right], \quad (16)$$

$$K_{11r\_c_m} U_{11_m}(i) \left[ 1 - K_{11\_v_m}(i) + K_{11\_c_m}(i) + K_{11\_n_m}(i) \right], \quad (17)$$

$$K_{11r\_n_m} U_{11_m}(i) \left[ 1 - K_{11\_v_m}(i) + K_{11\_c_m}(i) + K_{11\_n_m}(i) \right], \quad (18)$$

распределим эти остатки по трем последующим годам для повышения адекватности моделирования.

Так, по новому допущению модели остаток от выпускников  $i$ -го года должен быть учтен в приемах  $i+1, i+2, i+3$  годов, причем остаток должен быть полностью выбран за этот интервал, чтобы он не перешел на год  $i+4$ . Кроме того, предполагается, что вклад в прием каждого последующего года становится все менее весомым.

Данные условия можно учесть с помощью коэффициентов экспоненциального сглаживания [4], у которых есть свойство зависеть от одного параметра, а в сумме равняться единице. Рассмотрим такую таблицу по годам (табл.)

Таблица

Распределение коэффициентов экспоненциального сглаживания

Год	Значение коэффициента
$i+1$	$\beta$
$i+2$	$\beta(1-\beta)$
$i+3$	$(1-\beta)^2$

Из табл. следует, что в сумме коэффициенты второго столбца дают единицу:

$$\beta + \beta(1-\beta) + (1-\beta)^2 = 1. \quad (19)$$

При этом наблюдается следующее свойство, что если  $\beta > \frac{1}{2}$ , то

$$\beta > \beta(1-\beta) > (1-\beta)^2. \quad (20)$$

Свойство (20) учитывает убывание вклада выпуска 11-классников года  $i$  по приемам  $i+1, i+2, i+3$  годов, а свойство (19) – полноту вклада. Единственный коэффициент  $\beta$  также удовлетворяет условию снижения числа оцениваемых параметров.

Выражение (16) для ОУ ВПО с учетом (19) можно переписать в виде:

$$\begin{aligned}
 & K_{11r\_V_m}(i)U_{11_m}(i)\left[1 - K_{11\_V_m}(i) + K_{11\_C_m}(i) + K_{11\_N_m}(i)\right] = \\
 & + \beta_V K_{11r\_V_m}(i)U_{11_m}(i)\left[1 - K_{11\_V_m}(i) + K_{11\_C_m}(i) + K_{11\_N_m}(i)\right] + \quad (21) \\
 & + \beta_V(1 - \beta_V)K_{11r\_V_m}(i)U_{11_m}(i)\left[1 - K_{11\_V_m}(i) + K_{11\_C_m}(i) + K_{11\_N_m}(i)\right] + \\
 & + (1 - \beta_V)^2 K_{11r\_V_m}(i)U_{11_m}(i)\left[1 - K_{11\_V_m}(i) + K_{11\_C_m}(i) + K_{11\_N_m}(i)\right].
 \end{aligned}$$

Каждое из трех слагаемых правой части (21) в системе уравнений (1) должно быть представлено в своем временном интервале и соответствовать годам  $i+1, i+2, i+3$ .

Так, с учетом (21) и выражения (7) можно записать вклад от выпускников 11-х классов текущего и прошлых лет в прием текущего года ОУ ВПО для  $k$ -й УГС в виде:

$$\begin{aligned}
 & U_{11\_V_{m,k}}(i) = U_{11_m}(i)K_{11\_V_{m,k}}(i) + \\
 & + \beta_V K_{11r\_V_{m,k}}(i-1)U_{11_m}(i-1)\left[1 - K_{11\_V_m}(i-1) + K_{11\_C_m}(i-1) + K_{11\_N_m}(i-1)\right] + \quad (22) \\
 & + \\
 & + \beta_V(1 - \beta_V)K_{11r\_V_{m,k}}(i-2)U_{11_m}(i-2)\left[1 - K_{11\_V_m}(i-2) + K_{11\_C_m}(i-2) + K_{11\_N_m}(i-2)\right] + \\
 & + \\
 & + (1 - \beta_V)^2 K_{11r\_V_{m,k}}(i-3)U_{11_m}(i-3)\left[1 - K_{11\_V_m}(i-3) + K_{11\_C_m}(i-3) + K_{11\_N_m}(i-3)\right].
 \end{aligned}$$

Для учета вклада от выпускников 11-х классов текущего и прошлых лет в прием текущего года ОУ СПО для  $k$ -й УГС справедливо выражение:

$$\begin{aligned}
 & U_{11\_C_{m,k}}(i) = U_{11_m}(i)K_{11\_C_m}(i) + \\
 & + \beta_C K_{11r\_C_{m,k}}(i-1)U_{11_m}(i-1)\left[1 - K_{11\_V_m}(i-1) + K_{11\_C_m}(i-1) + K_{11\_N_m}(i-1)\right] + \quad (23) \\
 & + \\
 & + \beta_C(1 - \beta_C)K_{11r\_C_{m,k}}(i-2)U_{11_m}(i-2)\left[1 - K_{11\_V_m}(i-2) + K_{11\_C_m}(i-2) + K_{11\_N_m}(i-2)\right] + \\
 & + \\
 & + (1 - \beta_C)^2 K_{11r\_C_{m,k}}(i-3)U_{11_m}(i-3)\left[1 - K_{11\_V_m}(i-3) + K_{11\_C_m}(i-3) + K_{11\_N_m}(i-3)\right].
 \end{aligned}$$

Вклад от выпускников 11-х классов текущего и прошлых лет в прием текущего года ОУ НПО для  $k$ -й УГС определяется выражением:

$$U_{11\_N_{m,k}}(i) = U_{11_m}(i)K_{11\_N_{m,k}}(i) +$$

$$\begin{aligned}
& + \beta_N K_{11r\_N_{m,k}}(i-1)U_{11_m}(i-1) \left[ 1 - K_{11\_V_m}(i-1) + K_{11\_C_m}(i-1) + K_{11\_N_m}(i-1) \right] + \\
& \hspace{15em} (24) \\
& \hspace{15em} + \\
& \beta_N(1-\beta_N)K_{11r\_N_{m,k}}(i-2)U_{11_m}(i-2) \left[ 1 - K_{11\_V_m}(i-2) + K_{11\_C_m}(i-2) + K_{11\_N_m}(i-2) \right] \\
& \hspace{15em} + \\
& (1-\beta_N)^2 K_{11r\_N_{m,k}}(i-3)U_{11_m}(i-3) \left[ 1 - K_{11\_V_m}(i-3) + K_{11\_C_m}(i-3) + K_{11\_N_m}(i-3) \right].
\end{aligned}$$

Аналогично выражениям (22)–(24) записываются выражения для определения вклада 9-классников в приемы ОУ НПО и ОУ СПО, а также в 10-й класс:

$$\begin{aligned}
& U_{9\_10_m}(i) = U_{9_m}(i)K_{9\_10_m}(i) + \\
& + \gamma_{10}K_{9r\_10_m}(i-1)U_{9_m}(i-1) \left[ 1 - K_{9\_10_m}(i-1) + K_{9\_C_m}(i-1) + K_{9\_N_m}(i-1) \right] + \quad (25) \\
& \hspace{15em} + \\
& \gamma_{10}(1-\gamma_{10})K_{9r\_10_m}(i-2)U_{9_m}(i-2) \left[ 1 - K_{9\_10_m}(i-2) + K_{9\_C_m}(i-2) + K_{9\_N_m}(i-2) \right] + \\
& \hspace{15em} + \\
& (1-\gamma_{10})^2 K_{9r\_10_m}(i-3)U_{9_m}(i-3) \left[ 1 - K_{9\_10_m}(i-3) + K_{9\_C_m}(i-3) + K_{9\_N_m}(i-3) \right].
\end{aligned}$$

При этом выпускники 11-го класса определяются через число 10-классников:

$$U_{11_m}(i) = U_{9\_10_m}(i-2)K_{10\_11_m}(i), \quad (26)$$

где  $K_{10\_11_m}(i)$  – коэффициент отсева 10-классников, который есть отношение выпускников 11-го класса текущего года  $i$  к числу принятых 10-тиклассников 2-го года ранее  $i-2$ ;

$U_{9\_10_m}(i)$  – число 10-классников, которые, по принятому допущению, могут поступить только из 9-го класса школы.

Для учета вклада выпуска из 9-го класса в прием ОУ СПО для  $k$ -й УГС записывается выражение:

$$\begin{aligned}
& U_{9\_C_{m,k}}(i) = U_{9_m}(i)K_{9\_C_{m,k}}(i) + \\
& + \gamma_C K_{9r\_C_{m,k}}(i-1)U_{9_m}(i-1) \left[ 1 - K_{9\_10_m}(i-1) + K_{9\_C_m}(i-1) + K_{9\_N_m}(i-1) \right] + \quad (27) \\
& \hspace{15em} + \\
& \gamma_C(1-\gamma_C)K_{9r\_C_{m,k}}(i-2)U_{9_m}(i-2) \left[ 1 - K_{9\_10_m}(i-2) + K_{9\_C_m}(i-2) + K_{9\_N_m}(i-2) \right] \\
& \hspace{15em} +
\end{aligned}$$

$$(1 - \gamma_C)^2 K_{9r-C_{m,k}}(i-3)U_{9_m}(i-3) \left[ 1 - K_{9-10_m}(i-3) + K_{9-C_m}(i-3) + K_{9-N_m}(i-3) \right].$$

Долю выпуска из 9-го класса в приеме ОУ НПО для  $k$ -й УГС учитывает выражение:

$$\begin{aligned} & U_{9-N_{m,k}}(i) = U_{9_m}(i)K_{9-N_{m,k}}(i) + \\ & + \gamma_N K_{9r-N_{m,k}}(i-1)U_{9_m}(i-1) \left[ 1 - K_{9-10_m}(i-1) + K_{9-C_m}(i-1) + K_{9-N_m}(i-1) \right] + \quad (28) \\ & + \\ & \gamma_N(1 - \gamma_N)K_{9r-N_{m,k}}(i-2)U_{9_m}(i-2) \left[ 1 - K_{9-10_m}(i-2) + K_{9-C_m}(i-2) + K_{9-N_m}(i-2) \right] \\ & + \\ & (1 - \gamma_N)^2 K_{9r-N_{m,k}}(i-3)U_{9_m}(i-3) \left[ 1 - K_{9-10_m}(i-3) + K_{9-C_m}(i-3) + K_{9-N_m}(i-3) \right]. \end{aligned}$$

В итоге с учетом выражений (22)–(28) модель распределения выпускников 9-х и 11-х классов школ для  $k$ -й УГС и трех уровней образования ОУ ВПО, СПО и НПО будет записана в виде:

$$\begin{aligned} P_{N_{m,k}}(i) &= U_{9-N_{m,k}}(i) + U_{11-N_{m,k}}(i) + \\ & + \sum_{j=1}^J \left[ K_{9-N_{j-m,k}} V_{N_j}(i) + K_{11-N_{j-m,k}} V_{11_j}(i) \right], \quad (29) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{C_{m,k}}(i) &= U_{9-C_{m,k}}(i) + U_{11-C_{m,k}}(i) + \\ & + P_{N_{m,k}}(i-2)K_{NOU_{m,k}}(i)K_{N-C_{m,k}}(i) + P_{N_{m,k}}(i-3)K_{NOU_{m,k}}(i)K_{Nr-C_{m,k}}(i) + \\ & + P_{C_{m,k}}(i-5)K_{COU_{m,k}}(i)K_{VCr-C_{m,k}}(i) + P_{C_{m,k}}(i-6)K_{VOU_{m,k}}(i)K_{VCr-C_{m,k}}(i) + \quad (30) \\ & + \sum_{j=1}^J \left[ K_{9-C_{j-m,k}} V_{9_j}(i) + K_{11-C_{j-m,k}} V_{11_j}(i) + K_{N-C_{j-m,k}} V_{N_{j,k}}(i) \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} P_{V_m}(i) &= U_{11-V_{m,k}}(i) + P_{N_{m,k}}(i-2)K_{NOU_{m,k}}(i)K_{N-V_{m,k}}(i) + \\ & + P_{C_{m,k}}(i-4)K_{COU_{m,k}}(i)K_{C-V_{m,k}}(i) + \\ & + P_{N_{m,k}}(i-3)K_{NOU_{m,k}}(i)K_{Nr-V_{m,k}}(i) + P_{C_{m,k}}(i-5)K_{COU_{m,k}}(i)K_{Cr-V_{m,k}}(i) + \quad (31) \\ & + P_{V_{m,k}}(i-5)K_{VOU_{m,k}}(i)K_{V-V_{m,k}}(i) + P_{V_{m,k}}(i-6)K_{VOU_{m,k}}(i)K_{Vr-V_{m,k}}(i) + \\ & + \sum_{j=1}^J \left[ K_{11-V_{j-m,k}} V_{11_j}(i) + K_{N-V_{j-m,k}} V_{N_j}(i) + K_{C-V_{j-m,k}} V_{C_{j,k}}(i) + K_{V-V_{j-m,k}} V_{V_{j,k}}(i) \right]. \end{aligned}$$

Таким образом, получена математическая модель (22)–(31), характеристики которой полностью соответствуют предъявляемым требованиям: описание процесса распределения потоков выпускников динамической моделью с нестационарными коэффициентами, с учетом до-

полнительных внутренних и внешних миграционных факторов, и с ограничением на численность не поступивших выпускников школ трех прошедших лет. Полученный результат повышает структурную и функциональную адекватность модели и позволит существенно увеличить точность численных расчетов.

### Список литературы

1. Гуртов В. А., Питухин Е. А. Математическое моделирование динамических процессов в системе «экономика – рынок труда – профессиональное образование». СПб.: Изд-во СПбГУ, 2006. 346 с.

2. Рынок труда и рынок образовательных услуг в субъектах Российской Федерации / В. Н. Васильев, В. А. Гуртов, Е. А. Питухин, Л. М. Серова, С. В. Сигова, М. Н. Рудаков, М. В. Суоров М.: Техносфера, 2006. 680 с. (Серия: «Мир экономики»).

3. Гуртов В. А., Питухин Е. А., Серова Л. М. Моделирование потребностей экономики в кадрах с профессиональным образованием // Проблемы прогнозирования. 2007. № 6. С. 91–107.

4. Мур Джефффри, Уэдерфорд Р. Лари. Экономическое моделирование в Microsoft Excel: Пер. с англ. 6-е изд. М.: Изд. дом «Вильямс», 2004. 1024 с., ил.

## ОПЫТ РАБОТЫ В РЕСПУБЛИКЕ КАРЕЛИЯ В ОРГАНИЗАЦИИ СОДЕЙСТВИЯ ЗАНЯТОСТИ ИНВАЛИДОВ

**Г. А. Заводовский, Е. Е. Фролова**

*Министерство труда и занятости Республики Карелия  
depzan@onego.ru*

В мае 2005 г. на основе договора между Федеральной службой по труду и занятости Российской Федерации и Национальным агентством занятости Швеции на территории Республики Карелия стартовал проект «Профессиональная реабилитация и занятость людей с ограниченными возможностями в России».