

АНДРЕЙ АНДРЕЕВИЧ СЕМЕНОВ

аспирант кафедры математического моделирования систем управления математического факультета, Петрозаводский государственный университет  
asetmenov@psu.karelia.ru

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ ФЕДЕРАЛЬНОГО И РЕГИОНАЛЬНОГО УРОВНЕЙ

В статье предложена математическая модель в виде системы из 34 разностных уравнений, позволяющая с высокой точностью прогнозировать объемы приема и выпуска, а также численность обучающихся студентов учреждений всех уровней профессионального образования на период до 2020 года на основе прогноза численности выпускников общеобразовательных учреждений.

Ключевые слова: система профессионального образования, прогнозирование, прием, выпуск, численность студентов

## ВВЕДЕНИЕ

Выпускники системы профессионального образования (ПО) являются основным источником удовлетворения потребности в рабочей силе на рынке труда, и их численная прогнозная оценка служит основой для расчета баланса трудовых ресурсов на перспективный период.

Прогнозирование численности обучающихся студентов позволяет в перспективе оценить объем государственных затрат на финансирование образования, которое для образовательных учреждений (ОУ) высшего профессионального образования с 2011 года станет подушевым.

Для описания потоков распределения выпускников школ и учреждений профессионального образования по приемам в учреждения системы профессионального образования применяется модель, аналогичная модели переноса вещества. Потоки людей записываются в виде балансовых уравнений на основе закона сохранения их численности. Записанная таким образом модель обладает свойством аддитивности и позволяет с достаточной точностью описывать коллективное поведение поступающих.

Новизной предложенной модели, отличающей ее от предшествующих [1], [3], является учет следующих особенностей:

- детальное описание структуры приема в образовательные учреждения профессионального образования всех уровней;
- переходы учащихся с курса на курс.

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Система балансовых уравнений, с учетом дискретного времени, представлена в разностном виде.

Математическая модель состоит из трех частей: моделирование объемов приемов в образовательные учреждения профессионального образования; моделирование численности выпускников; моделирование количества обучающихся студентов.

Первая часть математической модели – моделирование объемов приемов в учреждения про-

фессионального образования – записывается в виде системы из пяти разностных уравнений, соответствующих приемам пяти уровней профессионального образования (начальное (НПО), среднее (СПО), высшее (ВПО) (бакалавр), высшее (специалист), высшее (магистр)):

$$\left\{ \begin{array}{l} P_i^N = U_i^9 \cdot k_i^{9-N} + U_i^{11} \cdot k_i^{11-N} + U_i^{9r} \cdot k_i^{9r-N} + U_i^{11r} \cdot k_i^{11r-N} + U_i^9 \cdot k_i^{9w} \\ P_i^S = U_i^9 \cdot k_i^{9-S} + U_i^{11} \cdot k_i^{11-S} + U_i^{9r} \cdot k_i^{9r-S} + U_i^{11r} \cdot k_i^{11r-S} + \\ + V_i^N \cdot k_i^{N-S} + V_{i-1}^N \cdot k_i^{Nr-S} + (V_i^V + V_i^S) \cdot k_i^{SV-S} \\ P_i^{Vs} = k_i^{Vs} \cdot (U_i^{11} \cdot k_i^{11-V} + U_i^{11r} \cdot k_i^{11r-V} + V_i^N \cdot k_i^{N-V} + \\ + V_i^{Nr} \cdot k_i^{Nr-V} + V_i^S \cdot k_i^{S-V} + V_i^{Sr} \cdot k_i^{Sr-V} + V_{i-1}^V \cdot k_i^{V-V}) \\ P_i^{Vb} = (1 - k_i^{Vs}) \cdot (U_i^{11} \cdot k_i^{11-V} + U_i^{11r} \cdot k_i^{11r-V} + V_i^N \cdot k_i^{N-V} + \\ + V_i^{Nr} \cdot k_i^{Nr-V} + V_i^S \cdot k_i^{S-V} + V_i^{Sr} \cdot k_i^{Sr-V} + V_{i-1}^V \cdot k_i^{V-V}) \\ P_i^{Vm} = k_i^{b-m} \cdot V_i^{Vb} \end{array} \right. \quad (1)$$

Здесь используются следующие обозначения:  $P^N$  – прием НПО,  $P^S$  – прием СПО,  $P^{Vs}$  – прием ВПО (специалисты),  $P^{Vb}$  – прием ВПО (бакалавры),  $P^{Vm}$  – прием ВПО (магистры),  $U^9$  – численность выпускников 9-х классов,  $U^{11}$  – численность выпускников 11-х классов,  $U^{9r}$  – выпускники 9-х классов прошлых лет, поступающие в текущем году,  $U^{11r}$  – выпускники 11-х классов прошлых лет, поступающие в текущем году,  $V^N$  – выпуск НПО текущего года,  $V^S$  – выпуск СПО текущего года,  $V^{Nr}$  – выпуск НПО прошлого года,  $V^{Sr}$  – выпуск СПО прошлого года,  $V^V$  – выпуск ВПО текущего года.

Для обозначения модельного времени вводится индекс  $i$ , который изменяется от начальной  $i_s = 1$  до конечной  $i_f = 19$  границы интервала исследования с шагом один год. Календарное время (годы) измерения данных меняется по закону  $t(i) = i + 2001$ . Так,  $t(i_s) = 2002$  и  $t(i_f) = 2020$ .

Нестационарные коэффициенты вида  $k_i^{X-Y}$  характеризуют долю потока  $X$ , вливающегося в поток  $Y$ .

Вторая часть модели описывает динамику выпусков из ОУ ПО. Выпуски из учреждений СПО и ВПО определяются численностью студентов на старших курсах прошлого года. Соответствующие уравнения записываются следующим образом:

$$\left\{ \begin{array}{l} V_i^S = QV^S \cdot (ktgS_{i-1}^3 + ktgS_{i-1}^4 + ktgS_{i-1}^5 + ktgS_{i-1}^6) \\ V_i^V = V_i^{Vs} + V_i^{Vb} + V_i^{Vm} \\ V_i^{Vs} = QV^{Vs} \cdot (ktgVs_{i-1}^4 + ktgVs_{i-1}^5 + ktgVs_{i-1}^6 + ktgVs_{i-1}^7), \\ V_i^{Vb} = QV^{Vb} \cdot (ktgVb_{i-1}^4 + ktgVb_{i-1}^5) \\ V_i^{Vm} = QV^{Vm} \cdot ktgVm_i^2 \end{array} \right. \quad (2)$$

где  $V_i^S$  – выпуск ОУ СПО;  $QV^S$  – коэффициент, характеризующий выпуск СПО;  $ktgS_j^i$  – численность студентов СПО в год  $i$  на курсе  $j$ ;  $V_i^V$  – выпуск ВПО в целом,  $V_i^{Vs}$  – выпуск специалистов;  $V_i^{Vb}$  – выпуск бакалавров;  $V_i^{Vm}$  – выпуск магистров;  $QV^{Vs}$ ,  $QV^{Vb}$ ,  $QV^{Vm}$  – коэффициенты, характеризующие выпуск ВПО соответственно для специалистов, бакалавров и магистров;  $ktgVs_j^i$  – численность специалистов ВПО в год  $i$  на курсе  $j$ ;  $ktgVb_j^i$  – численность бакалавров ВПО в год  $i$  на курсе  $j$ ;  $ktgVm_j^i$  – численность магистров на 2-м курсе в год  $i$ .

Третью часть модели составляют уравнения (3–22), описывающие динамику численности студентов по курсам.

Уравнения для нахождения численности контингента студентов по курсам имеют следующий вид:

$$ktgVs_i^1 = qVs^{p,1} \cdot P_i^{Vs} \quad (3)$$

$$ktgVs_i^j = qVs^{j-1,j} \cdot ktgVs_{i-1}^{j-1}, \quad j = 2..7 \quad (4-9)$$

$$ktgVb_i^1 = qVb^{p,1} \cdot P_i^{Vb} \quad (10)$$

$$ktgVb_i^j = qVb^{j-1,j} \cdot ktgVb_{i-1}^{j-1}, \quad j = 2..5 \quad (11-14)$$

$$ktgVm_i^1 = qVm^{p,1} \cdot P_i^{Vm} \quad (15)$$

$$ktgVm_i^2 = qVm^{1,2} \cdot ktgVm_{i-1}^1 \quad (16)$$

$$ktgS_i^1 = c_1^S \cdot P_i^S \quad (17)$$

$$ktgS_i^2 = c_2^S \cdot P_i^S + qS^{1,2} \cdot ktgS_{i-1}^1 \quad (18)$$

$$ktgS_i^3 = c_3^S \cdot P_i^S + qS^{2,3} \cdot ktgS_{i-1}^2 \quad (19)$$

$$ktgS_i^j = qS^{j-1,j} \cdot ktgS_{i-1}^{j-1}, \quad j = 4..6, \quad (20-22)$$

где  $qVs^{p,1}$ ,  $qVb^{p,1}$  – коэффициенты связи между численностью студентов на первом курсе ( $1$ ) и приемом ( $p$ ) соответственно для специалистов и бакалавров;  $qVs^{j-1,j}$ ,  $qVb^{j-1,j}$  – коэффициенты перехода с курса  $j-1$  на курс  $j$  соответственно для специалистов и бакалавров ВПО (диапазон изменения  $j$  соответствует диапазону курсов обучения);  $c_1^S$ ,  $c_2^S$ ,  $c_3^S$  – доля зачисленных соответственно на 1-й, 2-й и 3-й курсы в приеме СПО;  $qS^{j-1,j}$  – коэффициент перехода с курса  $j-1$  на курс  $j$  для СПО.

Подход, использующийся для оценки численности студентов и выпуска учреждений СПО и ВПО, не применим для оценки численности студентов учреждений НПО, поскольку для учреждений, реализующих программы НПО, статистика распределения обучающихся по курсам не представлена.

Данные о приеме НПО представлены в разрезе по продолжительности обучения поступающих (от 1 до 4 лет). Соотношения для расчета численности обучающихся и выпуска учреждений НПО в зависимости от приема записываются в следующем виде:

$$ktgN_i = QktgN \times [N_i^1 + N_i^2 + N_i^3 + N_i^4 + N_{i-1}^2 + N_{i-1}^3 + N_{i-1}^4 + N_{i-2}^3 + N_{i-2}^4 + N_{i-3}^4], \quad (23)$$

$$V_i^N = QV^N \cdot (N_{i-1}^1 + N_{i-2}^2 + N_{i-3}^3 + N_{i-4}^4), \quad (24)$$

где  $N_i^k$  – численность поступивших в ОУ НПО в  $i$ -м году студентов по программам со сроком обучения  $k$  лет;  $QV^N$ ,  $QktgN$  – коэффициенты пропорциональности, связывающие прием в учреждения НПО с выпуском и численностью студентов соответственно.

### ОПИСАНИЕ ВНЕШНИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

В предложенной выше модели выпускники 9-х и 11-х классов школ являются фактором, осуществляющим внешнее воздействие на систему профессионального образования. Численность выпускников общеобразовательных школ напрямую влияет на объем приемов в образовательные учреждения профессионального образования. В свою очередь, численность выпускников школ напрямую зависит от демографического фактора рождаемости. Зависимость численности выпускников 9-х и 11-х классов от числа родившихся детей выявлена и описана в работе [2].

Численность выпускников 9-х классов школ определяется на основе демографического показателя рождаемости с помощью линейного уравнения:

$$U_i^9 = 0,13 \cdot X_{i-14} + 0,75 \cdot X_{i-15}, \quad (25)$$

где  $U_i^9$  – число выпускников 9-х классов,  $X_{i-14}$  – число родившихся на 14 лет ранее;  $X_{i-15}$  – число родившихся на 15 лет ранее. Коэффициенты 0,13 и 0,75 определены при помощи регрессионного анализа.

Численность выпускников 11-х классов  $U_i^{11}$  определяется на основе численности выпускников 9-х классов двумя годами ранее с помощью линейного уравнения:

$$U_i^{11} = 0,65 \cdot U_{i-2}^9. \quad (26)$$

Коэффициент, связывающий численность выпускников 9-х и 11-х классов, также определен при помощи регрессионного анализа.

Следуя таким соображениям, можно построить прогноз численности выпускников 9-х и 11-х классов до 2020 года на основе ежегодной численности родившихся детей до 2003 года.

### ИДЕНТИФИКАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ

Математическая модель системы профессионального образования содержит 34 линейных конечно-разностных уравнения и 53 параметра (32 стационарных и 21 нестационарный).

Уравнения (3–5), (8–10) и (11–24), описывающие динамику приемов, выпусков и численности студентов ОУ ВПО, справедливы как для совместного, так и раздельного учета государственных и негосударственных учреждений ВПО.

При раздельном учете государственных и негосударственных вузов общее число уравнений модели возрастает до 54, число стационарных параметров – до 46, нестационарных – до 30.

К постоянным относятся параметры, характеризующие вероятность переходов студентов с курса на курс и выпуска студентов со старших курсов. Эти параметры достаточно надежно идентифицируются в виде средних на обучающей выборке ретроспективных данных, описывающих численность студентов по курсам и годам.

К нестационарным относятся параметры, характеризующие распределение выпускников школ и учреждений профессионального образования по приемам в учреждения профессионального образования, поскольку подчиняются явным тенденциям к изменениям, вызванным объективной социально-экономической ситуацией. Для идентификации таких параметров использовалась аппроксимация с помощью логистической кривой вида  $f(t) = \frac{c}{1+b \cdot e^{-at}}$  с учетом ограничения на численность выпускников. Например, для выпускников 11-х классов:

$$k11\_V + k11\_S + k11\_N \leq 1, \quad (27)$$

Результаты расчетов средних относительных ошибок и О-критерия для прогнозируемых величин

Величина	СООП	О-критерий
Прием ВПО	4,57 %	0,971
Прием СПО	3,79 %	0,965
Прием НПО	6,15 %	0,949
Выпуск ВПО	2,54 %	0,984
Выпуск СПО	1,91 %	0,989
Выпуск НПО	3,61 %	0,972
Численность студентов ОУ ВПО	2,08 %	0,987
Численность студентов ОУ СПО	1,29 %	0,992
Численность студентов ОУ НПО	8,89 %	0,941

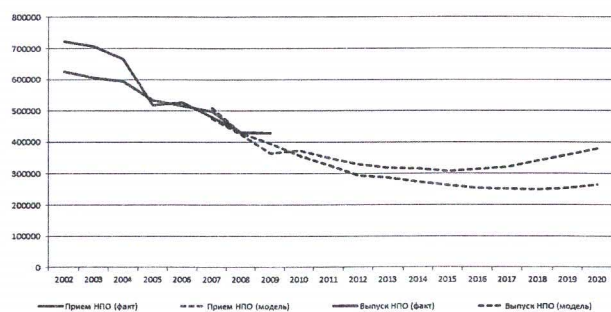


Рис. 1. Результаты расчета приема и выпуска из ОУ НПО

где  $k11\_V$ ,  $k11\_S$  и  $k11\_N$  – соответственно доли выпускников 11-х классов, поступающих в ОУ ВПО, СПО и НПО. Средние относительные ошибки в процентах соответственно равны 3,1, 1,9 и 4,5 %.

### ПРОВЕРКА АДЕКВАТНОСТИ МОДЕЛИ

Для проверки адекватности модели был проведен пост-прогноз с целью сравнения модельных и фактических данных.

При этом вся выборка имеющихся данных с 2002 по 2009 год была разбита на две – обучающую выборку (с 2002 по 2007 год) и контрольную (с 2007 по 2009 год). Далее проверялось соответствие фактических данных на период с 2007 по 2009 год с расчетными значениями для этого же периода. Пригодность модели для прогнозирования определялась на основании следующих числовых оценок: средние относительные ошибки в процентах (СООП) и О-критерия.

В таблице приведены величины и средние относительные отклонения в процентах для этих величин между фактическими и расчетными данными. Средние относительные ошибки не превышают 9 %, а О-критерий превосходит 0,9 для всех прогнозируемых величин, что свидетельствует о пригодности приведенной модели.

### РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДО 2020 ГОДА

На рис. 1–3 приведены фактические данные с 2002 по 2009 год и результаты прогнозирования

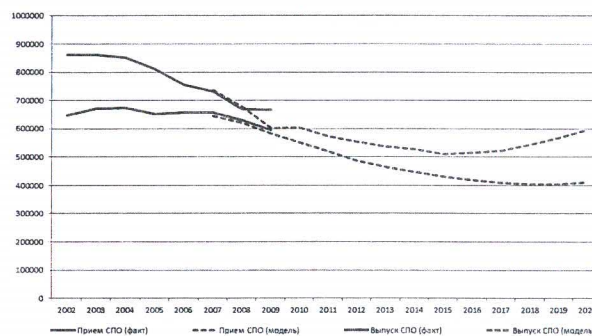


Рис. 2. Результаты расчета приема и выпуска из ОУ СПО

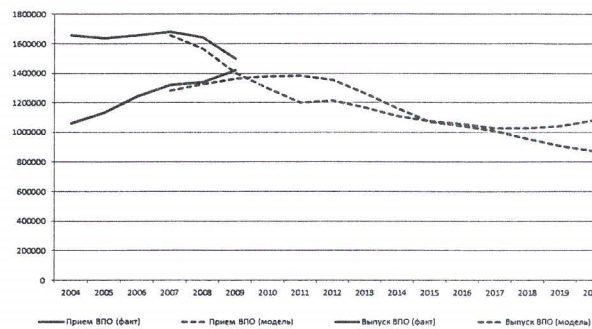


Рис. 3. Результаты расчета приема и выпуска из ОУ ВПО

ния приемов и выпусков до 2020 года для трех уровней профессионального образования по РФ.

### АДАПТАЦИЯ МОДЕЛИ ДЛЯ РАСЧЕТОВ НА РЕГИОНАЛЬНОМ УРОВНЕ

Разработанная математическая модель позволяет прогнозировать распределение выпускников 9-х и 11-х классов школ по приемам в учреждения системы профессионального образования на уровне РФ. При этом учитывается, что эффект межрегиональной миграции, связанной с получением образования, на федеральном уровне не сказывается (сумма выбывших на учебу по всем регионам равна сумме прибывших в связи с учебной). Для расчетов на региональном уровне необходимо учитывать миграционные потоки граждан, меняющих место жительства в связи с учебной.

Ниже приводится описание разработанного алгоритма учета миграционных притоков и оттоков выпускников школ 9-х и 11-х классов, связанных с переездом в другие регионы для получения профессионального образования.

Исходные данные по миграции в связи с образованием берутся из форм статистической отчетности «МО-3» и «МР-1» [4], [5], [6], [7], [8], [9], [10], [11], [12], [13].

Обозначим число выпускников 9-х и 11-х классов, выбывших на учебу в другие регионы из  $m$ -го, соответственно  $U_{9m}^{out}(i)$  и  $U_{11m}^{out}(i)$  ( $m \in 1..J, J = 83$  – по числу субъектов РФ).

Число выпускников, продолжающих обучение в своем  $m$ -м регионе, будет равно  $U_{9m}(i) - U_{9m}^{out}(i)$  для выпускников 9-х классов и  $U_{11m}(i) - U_{11m}^{out}(i)$  – для выпускников 11-х классов.

Сформируем два вектора из  $m$  компонентов ( $m \in 1..J, J = 83$ ) для выпускников 9-х и 11-х классов, каждый элемент которых характеризует долю оставшихся в  $m$ -м регионе выпускников:

$$K_{U_{9m}}^s = \frac{U_{9m}(i) - U_{9m}^{out}(i)}{U_{9m}(i)} \quad (28)$$

– для выпускников 9-х классов и

$$K_{U_{11m}}^s = \frac{U_{11m}(i) - U_{11m}^{out}(i)}{U_{11m}(i)} \quad (29)$$

– для выпускников 11-х классов. Сумма элементов этих векторов равна единице.

Пусть существует квадратная матрица  $M = \{M_{k,n}\}$  размером  $83 \times 83$  (по числу субъектов Федерации), элементы которой представляют собой численность мигрантов, убывших из региона  $k$  в регион  $n$  с целью получения образовательных услуг. Диагональные элементы этой матрицы – нули.

Создадим матрицу  $Z_9 = \{Z_{9k,n}\}, k, n \in 1..J, J = 83$ , где

$$Z_{9k,n} = \begin{cases} K_{U_{9k}}^s, k = n \\ \frac{M_{k,n}}{\sum_{j=1}^{83} M_{k,n}} \cdot \frac{U_{9k}^{out}}{U_{9k}}, k \neq n \end{cases} \quad (30)$$

Матрица  $Z_9$  содержит в себе распределение в долях выпускников 9-х классов для каждого региона по регионам, в которых эти выпускники продолжают свое обучение. Диагональные элементы равны доле выпускников, оставшихся в своем регионе. Сумма по строке равна единице.

Аналогично создадим матрицу для выпускников 11-х классов:

$$Z_{11} = \{Z_{11k,n}\}, k, n \in 1..J, \text{ где}$$

$$Z_{11k,n} = \begin{cases} K_{U_{11k}}^s, k = n \\ \frac{M_{k,n}}{\sum_{j=1}^{83} M_{k,n}} \cdot \frac{U_{11k}^{out}}{U_{11k}}, k \neq n \end{cases} \quad (31)$$

Введем так называемые приведенные локальные переменные:  $U_m^9, U_m^{11}$ , которые будем определять следующими равенствами:

$$U_{m,i}^{9*} = \sum_{k=1}^{83} Z_{9k,m} \cdot U_{k,i}^9, \quad (32)$$

$$U_{m,i}^{11*} = \sum_{k=1}^{83} Z_{11k,m} \cdot U_{k,i}^{11}. \quad (33)$$

11

Эти переменные описывают вклад в приемах  $m$ -го региона выпускников 9-х и 11-х классов всех субъектов Федерации (в том числе и своего собственного).

Аналогичные выражения для выпускников 9-х и 11-х классов прошлых лет:

$$U_{m,i-1}^{9*} = \sum_{k=1}^{83} Z_{9k,m} \cdot U_{k,i-1}^9, \quad (34)$$

$$U_{m,i-1}^{11*} = \sum_{k=1}^{83} Z_{11k,m} \cdot U_{k,i-1}^{11}. \quad (35)$$

Таким образом, с учетом всех прибывших на учебу в  $m$ -й регион выпускников 9-х и 11-х классов, как текущего, так и предыдущего года, из всех других субъектов Федерации, для  $m$ -го субъекта система уравнений (1), описывающая приемы по всем уровням профессионального образования, записывается следующим образом:

$$\left\{ \begin{aligned} P_{m,i}^N &= U_{m,i}^{9*} \cdot k_{m,i}^{9-N} + U_{m,i}^{11*} \cdot k_{m,i}^{11-N} + U_{m,i-1}^{9*} \cdot k_{m,i-1}^{9r-N} + U_{m,i-1}^{11*} \cdot k_{m,i-1}^{11r-N} + U_{m,i}^{9w} \cdot k_{m,i}^{9w} \\ P_{m,i}^S &= U_{m,i}^{9*} \cdot k_{m,i}^{9-S} + U_{m,i}^{11*} \cdot k_{m,i}^{11-S} + U_{m,i-1}^{9*} \cdot k_{m,i-1}^{9r-S} + U_{m,i-1}^{11*} \cdot k_{m,i-1}^{11r-S} + \\ &+ V_{m,i}^{Nr} \cdot k_{m,i}^{Nr-S} + V_{m,i-1}^{Nr} \cdot k_{m,i-1}^{Nr-S} + (V_{m,i}^V + V_{m,i}^S) \cdot k_{m,i}^{SV-S} \\ P_{m,i}^V &= k_{m,i}^{Vs} \cdot (U_{m,i}^{11*} \cdot k_{m,i}^{11-V} + U_{m,i-1}^{11*} \cdot k_{m,i-1}^{11r-V} + V_{m,i}^{Nr} \cdot k_{m,i}^{Nr-V} + \\ &+ V_{m,i}^{Nr} \cdot k_{m,i}^{Nr-V} + V_{m,i}^S \cdot k_{m,i}^{S-V} + V_{m,i}^{Sr} \cdot k_{m,i}^{Sr-V} + V_{m,i-1}^V \cdot k_{m,i-1}^V) \\ P_{m,i}^{Vb} &= (1 - k_{m,i}^{Vs}) \cdot (U_{m,i}^{11*} \cdot k_{m,i}^{11-V} + U_{m,i-1}^{11*} \cdot k_{m,i-1}^{11r-V} + V_{m,i}^{Nr} \cdot k_{m,i}^{Nr-V} + \\ &+ V_{m,i}^{Nr} \cdot k_{m,i}^{Nr-V} + V_{m,i}^S \cdot k_{m,i}^{S-V} + V_{m,i}^{Sr} \cdot k_{m,i}^{Sr-V} + V_{m,i-1}^V \cdot k_{m,i-1}^V) \\ P_{m,i}^{Vm} &= k_{m,i}^{b,m} \cdot V_{m,i}^{Vb} \end{aligned} \right. \quad (36)$$

Такой учет миграционных образовательных потоков позволяет адаптировать федеральную

модель распределения выпускников по приемам в образовательные учреждения профессионального образования к расчетам на региональном уровне.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье приводится описание математической модели, позволяющей на основании прогноза численности выпускников 9-х и 11-х классов школ и данных о текущей численности студентов по курсам строить прогнозы приемов и выпусков учреждений профессионального образования.

Математическая модель представлена в виде системы из 34 линейных разностных уравнений, содержащей 32 стационарных и 21 нестационарный параметр. Записанная в таком виде модель позволяет прогнозировать прием, выпуск и чис-

ленность студентов ОУ НПО, СПО и ВПО с относительной ошибкой, не превышающей 10 %. Кроме того, для системы ВПО модель позволяет оценивать прием, численность и выпуск студентов для бакалавров, специалистов и магистров как для государственных, так и для негосударственных высших учебных заведений. Приводятся результаты количественного прогнозирования численности приемов и выпусков в учреждениях профессионального образования всех трех уровней до 2020 года для РФ.

Показано, что при учете межрегиональной миграции, связанной с образованием, данная модель позволяет проводить расчеты численности приема, выпуска и количества обучающихся студентов не только на уровне России в целом, но и на уровне субъектов РФ.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гуртов В. А., Питухин Е. А., Серова Л. М. Моделирование потребностей экономики в кадрах с профессиональным образованием // Проблемы прогнозирования. 2007. № 6. С. 91–107.
2. Гуртов В. А., Яковлева А. А. Прогнозирование численности выпускников школ 9-х и 11-х классов // Университетское управление: практика и анализ. 2010. № 3. С. 64–70.
3. Питухин Е. А., Гуртов В. А. Математическое моделирование динамических процессов в системе «Экономика – рынок труда – профессиональное образование». СПб.: Изд-во СПбГУ, 2006. 350 с.
4. Форма федерального статистического наблюдения по форме № МО-3 «Распределение мигрантов в возрасте 14 лет и старше по причинам смены места жительства и уровню образования». М.: ГМЦ Росстата, 2006.
5. Форма федерального статистического наблюдения по форме № МО-3 «Распределение мигрантов в возрасте 14 лет и старше по причинам смены места жительства и уровню образования». М.: ГМЦ Росстата, 2007.
6. Форма федерального статистического наблюдения по форме № МО-3 «Распределение мигрантов в возрасте 14 лет и старше по причинам смены места жительства и уровню образования». М.: ГМЦ Росстата, 2008.
7. Форма федерального статистического наблюдения по форме № МО-3 «Распределение мигрантов в возрасте 14 лет и старше по причинам смены места жительства и уровню образования». М.: ГМЦ Росстата, 2009.
8. Форма федерального статистического наблюдения по форме № МО-3 «Распределение мигрантов в возрасте 14 лет и старше по причинам смены места жительства и уровню образования». М.: ГМЦ Росстата, 2010.
9. Форма федерального статистического наблюдения по форме № МР-1 «Распределение мигрантов в возрасте 14 лет и старше по обстоятельствам, вызвавшим необходимость смены места жительства, и территориям прибытия и выбытия». М.: ГМЦ Росстата, 2006.
10. Форма федерального статистического наблюдения по форме № МР-1 «Распределение мигрантов в возрасте 14 лет и старше по обстоятельствам, вызвавшим необходимость смены места жительства, и территориям прибытия и выбытия». М.: ГМЦ Росстата, 2007.
11. Форма федерального статистического наблюдения по форме № МР-1 «Распределение мигрантов в возрасте 14 лет и старше по обстоятельствам, вызвавшим необходимость смены места жительства, и территориям прибытия и выбытия». М.: ГМЦ Росстата, 2008.
12. Форма федерального статистического наблюдения по форме № МР-1 «Распределение мигрантов в возрасте 14 лет и старше по обстоятельствам, вызвавшим необходимость смены места жительства, и территориям прибытия и выбытия». М.: ГМЦ Росстата, 2009.
13. Форма федерального статистического наблюдения по форме № МР-1 «Распределение мигрантов в возрасте 14 лет и старше по обстоятельствам, вызвавшим необходимость смены места жительства, и территориям прибытия и выбытия». М.: ГМЦ Росстата, 2010.